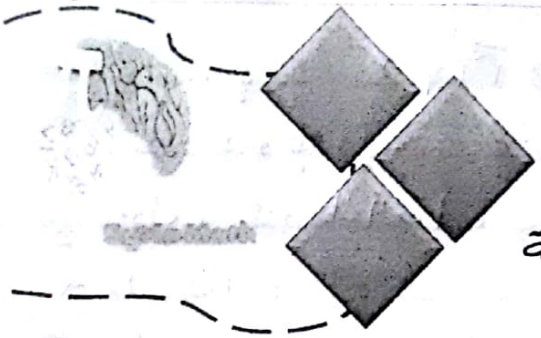


المحاضرة الأولى والثانية

نظري ■
عملي □

◄ دكتور المادة: محمد الشيخ

◄ عنوان المحاضرة: التمثيلات الوسيطية و القوس البسيط

مرحباً بكم أهلاً وسهلاً في بداية هذه السنة الدراسية الجديدة عسى أن تكون سنة خير ونجاح للجميع وقبل البدء بمقررنا هذا نود الدكتور على أنه يجب مراجعة الفصل الأول من الكتاب هو عبارة عن تذكرة عن المجالات والعمليات عليها للاستفادة منها في حل التمارين والآن لنبدأ بمحاضرتنا الأولى :

* التمثيلات الوسيطية :

نسمي أي دالة متجهية القيمة $\vec{r}$ بحيث $\vec{r} : I \longrightarrow \mathbb{R}^3$ تمثيلاً وسيطياً نرمز له بـ $\vec{r}$ أو $(\vec{r}, I)$ كما نسمي متحول هذا التمثيل وسيط التمثيل نرمز له بـ t . نسمي مجموعة النقاط

$$L = \{ p \in \mathbb{R}^3 : \overrightarrow{op} = \vec{r}(t) \wedge t \in I \}$$

المجموعة النقطية لتمثيل $\vec{r}$ وسنستخدم $\overrightarrow{oL}$ للدلالة على مجموعة

$$\overrightarrow{oL} = \{ \overrightarrow{op} : p \in L \}$$

حيث $p \in L$ نقاط من مجموعة وعندها سيكون $\vec{r}(I) = \overrightarrow{oL}$ وليكن $p \in \mathbb{R}^3$ ونأخذ

$$\vec{r}^{-1}(\overrightarrow{op}) = \vec{r}^{-1}(\{\overrightarrow{op}\})$$

صورة عكسية لمجموعة وحيدة عنصر — مجموعة عناصر موجودة بـ منطلق

* نتيجة هامة :

1) $\vec{r}^{-1}(\overrightarrow{op}) = \emptyset$ إذا وفقط إذا لم يوجد أي نقطة صورة لـ p وهذا يعني أن p ليست مجموعة نقطية لـ $\vec{r}$.

2) $\vec{r}^{-1}(\overrightarrow{op}) = \{t\} \iff \vec{r}(t) = \overrightarrow{op}$

نقول في هذه الحالة أن نقطة p نقطة بسيطة والبسيطة للتمثيل $\vec{r}$

Scanned by CamScanner

3) $\vec{r}(t_1)=\vec{r}(t_2)=\cdots\cdots=\vec{r}(t_m)=\vec{op} \iff \vec{r}^{-1}(\vec{op})=\{t_1,t_2,\ldots,t_m\}$

ونقول عن $t\in I\setminus\{t_1,\ldots,t_m\}$ نقطة حادة لـ Γ

فنقول في هذه الحالة أن نقطة p مضاعفة من المرتبة m بالنسبة للتمثيل r

* ملاحظات:

1) يمكن اعتبار النقطة بسيطة نقطة مضاعفة من مرتبة واحد.

2) يمكن اعتبار النقطة من المرتبة m عدداً من نقاط مختلفة مثنى مثنى لـ m

3) ان تمثيل R يزور مجموعة النقطة بترتيب (ترتيب) معرف كما يلي:
ان رأس متجه $\vec{r}(t_1)$ يأتي قبل $r(t_2)$ اذا كانت $t_1<t_2$ ونقول عندها ان مجموعة نقطة لـ r مرتباً وفق تزايد قيم وسيط t.

4) قد تكون نقطة b رأس أو أكثر من مرتبة من الشكل $\vec{r}(t)$ من أجل $t\in I$ ويحصل ذلك عندها تكون تلك نقطة مضاعفة النقطة $m\geq 2$ ذوي هذه الحالة سيقابل b عدداً من نقاط مثنى مثنى m لذلك نعتبر النقطة b (وصيته هنيئاً) m نقطة مختلفة.

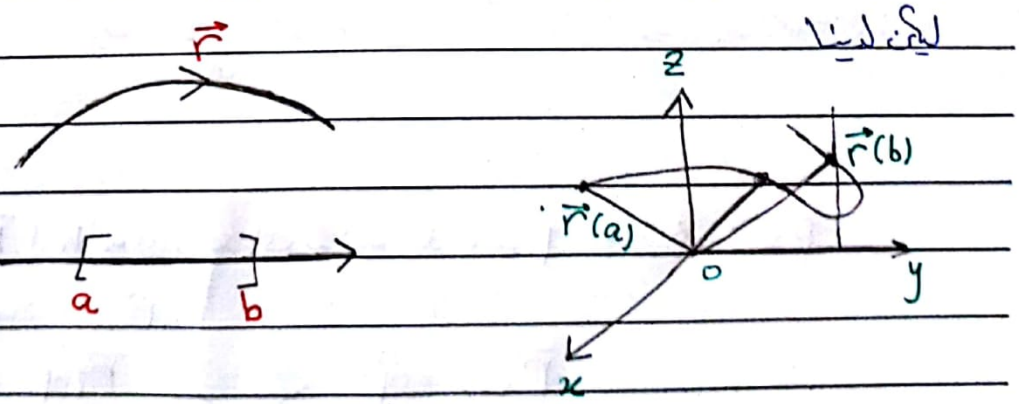
* المحاضرة الثانية:

* القوس البسيط:

$\Gamma\subset R^3$ قوس بسيط $\iff \exists r:[a,b]\xrightarrow[\text{متباين}]{\text{مستمر}} R^3$ وجود دالة متجهية

الفئة مستمرة ومتباينة بحيث يكون $\vec{r}([a,b])=\Gamma$

ليكن لدينا



Scanned by CamScanner

*مناقشة :

هل يمكن ان يكون هذا المنحني بيانياً لدالة متبايناً ؟؟؟..... 😊

لا لانه سنواجه ان نقطة سيوافقها صورتين وهذا ليس بتابع ومنه اذا كانت مركبات مواضع نقاط لمجموعة قيم دالة متجهية مستمرة أو متبايناً على مجال مغلق

* ملاحظة : ان جميع نقاط قوس بسيط نقاطاً بسيطاً بتمثيل R كون R دالة مستمرة (قد تكون بعضها أو كلها نقاط قوس بسيط) مضاعفة في تمثيل أخر

* قوس البسيط يكون جميع نقاطه بسيطة بالنسبة لممثل

*مثال 1 : لنأخذ مجموعة النقاط التالية

ليكن لمجموعة نقاط هذا الشكل ان تكون قوساً بسيطاً لانه يمكن النقطة P ان تكون نقطة بسيطة لأي تمثيلاً مستمراً ومتبايناً مجموعة نقطية في مجموعة نقاط هذا الشكل لوجود بدءاً وجود تمثيل مستمر ومتباين على مجال مغلق مجموعته نقطية N فلا يمكن نقطة P إلا أن تكون رأساً لمتجهين $\vec{r}(t_1)$ و $\vec{r}(t_2)$ وهذا يعني ان تمثيل اما ان لا يكون متبايناً أو غير مستمر.

*مثال 2 :

أن بيان دالة حقيقية f مستمرة على مجال مغلق $[a,b]$ قوس "بسيط" ولماذا؟؟؟

لنرمز للبيان G وان $G = G\{f\} = \{(x, f(x)) : x \in [a,b]\}$

(x: نقطة دالة، $f(x)$: صورة)

(لا سنثبت ان مستمر ومتبايناً على مجال وانها مجموعة نقطية)

لنأخذ دالة $\vec{F}[a,b] \to \mathbb{R}^2$

$\vec{F}(t) = (t, f(t))$

لو أخذنا $r([a,b]) : \{\vec{F}(t) : t \in [a,b]\} = o\vec{G}$

Scanned by CamScanner

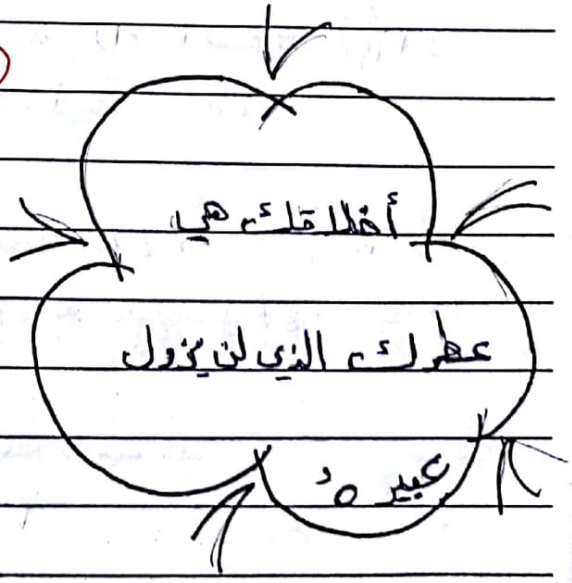
⇐ هذا يعني ان مجموعة نهاية لـ R في G
ان $\vec{F}$ مستمر على $[a,b]$ لان مركبتا t و $F(t)$ مستمرتان على $[a,b]$ وايضاً
هي متباينة لان $F(t_1)=F(t_2) \Leftarrow t_1=t_2$
⇐ اذا هي قوس بسيط.

*مناقشة:
ان تابع $\log a$ معرف على $[0,+\infty[$ لكن مشتق هذا التابع غير معرف على R^*
لانه يدفعلقة غير معرف على كامل R.

*ملاحظة: تباين مركبة واحدة على الاقل لدالة متجهية القيمة يؤدي لكتباين
تلك الدالة

*تذكرة:
تكون الدالة متجهية القيمة مستمرة عند نقطة اذا كانت مركباتها هذه دالة
متجهية مستمرة عند نقطة.
- بيان دالة حقيقية مستمر على مجال مغلق هو قوس بسيط ولكن لم نضع شرط
تباين دالة.

*** انتهت المحاضرة ***



إعداد: منى شغلي

Scanned by CamScanner