نظري

◄ دكتور المادة: شغف زوبا

◄ عنوان المحاضرة: التطبيقات وقوانين التشكيل ◄ المحاضرة: الثالثة

المحتوى العلمي : أهلاً بكم أصدقائي سندرس في هذه المحاضرة :

١- تعريف ولمحة عن المقرر
٢- الفصول الأساسية الذي تطرق لها الدكتورة شغف زوبا في السنوات السابقة
٣- تتمة في تعريف التطبيقات والتعرف على قوانين التشكيل

التطبيق المقابل:

نقول عن التطبيق $\boldsymbol{I_A : A \to A}$ أنه تطبيق مقابل في المجموعة $A \neq \varphi$ اذا وفقط اذا كان كل عنصر مرتبط بنفسه $I_a(x) = x \ , \forall x \in A$

تركيب التطبيقات: ليكن لدينا التطبيقين

$$f : A \to B$$

$$g : B \to c$$

إن تركيب التطبيقين f, g ويرمز له ب: gof

يعرف بأنه التطبيق $gof : A \to C$

المعرف بالعلاقة $\forall x \in A : (\, gof\,)(x) = g\big(f(x)\big)$

ونقول إن التطبيق g يلي التطبيق f

نلاحظ أن منطلق التركيب gof هو منطلق التطبيق الأول أي A ومستقرها هو مستقر التطبيق الثاني أي g

مبرهنة:

ليكن $f : A \to B$ و $g : B \to C$ تطبيقين ما عندئذ تكون القضايا التالية صحيحة:

١) اذا كان $f\ , g$ تطبيقين متباينين فإن gof متباينين

٢) اذا كان g , f تطبيقين غامرين فإن gof غامرين
٣) اذا كان g , f تطبيقين تقابل فإن gof تقابل
٤) اذا كان gof غامرا فإن g غامرا
٥) اذا كان gof متباينا فإن f متباينا
٦) اذا كان gof تقابلا فإن f متباين و g غامرا

البرهان
غير مطلوب
^_^

التطبيقين المتساويين:

نقول عن التطبيقين $f: A \to B$ و $g: C \to D$ انهما متساويان ونكتب $f = g$

اذا كان لهما نفس المنطلق ونفس المستقر وقاعدة الربط نفسها أي اذا كانت:

$$A = C\ , B = D\ \ , \forall x \in A$$

$$f(x) = g(x)$$

$$f1: R \to R^* : f1 = x^2$$

$$f2: R \to R\ \ : f2 = x^2$$

التطبيق الثابت: نقول عن التطبيق f أنه ثابت اذا وجد $b \in B$ بحيث :

$$\forall x \in A : f(x) = b$$

◄ **ملاحظة:** التطبيق الثابت غير متباين

مقلوب تطبيق

ليكن $f: A \to B$ تطبيقا ما اذا وجد تطبيق من $g: B \to A$ بحيث يكون:

$$gof = I_A$$

$$fog = I_B$$

عندئذ نعد التطبيق g مقلوب التطبيق f ونرمز له f^{-1}

أي: اذا كان يوجد التطبيق $f: A \to B$ مقلوب $f^{-1}: B \to A$ فإن :

$$f^{-1}of = I_A$$

$$fof^{-1} = I_B$$

قوانين التشكيل:

١-) قانون التشكيل الداخلي:

لتكن $A \neq \varphi$ وليكن لدينا التطبيق τ المعرف بالشكل: $\tau: A \times A \to A$

$$(x, y) \to x\tau y = \tau(x, y)$$

$$x \to f(x)$$

عندئذ ندعو τ قانون تشكيل داخلي (عملية داخلية)

نرمز عادة لقوانين التشكيل الداخلي بالرمز: $*$, أو $\odot$, أو $+$, أو $\oplus$

مثال: الجمع في N

$$+: N \times N \to N$$

$$(x, y) \to +(x, y) = (x + y)$$

مثال: الطرح في N

الطرح في N ليس بقانون تشكيل داخلي وكذلك القسمة في Z

مثال: عمليات الضرب المألوفة

$$N , Z , Q , R , C$$

هي قوانين تشكيل داخلية(عمليات داخلية)

٢-) قانون التشكيل الخارجي:

لتكن A , K مجموعتين غير خاليتين عندئذ نسمي كل تطبيق من الشكل

$$*: K \times A \to A$$
$$(\lambda, x) \to *(\lambda, x) = \lambda * x$$

بقانون تشكيل خارجي يساري معرف على المجموعة A مجموع مؤثراتهK

ونسمي كل تطبيق من الشكل:

$$*: A \times K \to K$$

$$(x, \lambda) \to *(x, \lambda) = x * \lambda$$

بقانون تشكيل خارجي يميني معرف على المجموعة A ومجموع مؤثراته λ

انتهت المحاضرة

إعداد :رزان عثمان*ايمان عيد*لين خويص

تنسيق: محمد أنس القزاز