18-10-2018

نظري

◄دكتور المادة: نايف طلي

◄المحاضرة: الخامسة ◄ عنوان المحاضرة: المتتاليات

المحتوى العلمي : أهلاً بكم أصدقائي في هذه المحاضرة :

سنتعرف على أنواع المتتاليات بالإضافة إلى بعض الأمثلة

المتتاليات

دراسة المتتاليات العددية اللانهائية:

١ -) تعريف المتتالية ٢ -) صفات المتتالية

٣)المتتالية الشهيرة: ومنها : (الحسابية – هندسية – ريمانية - متراكبة(تلسكوبية) – كوشيه)

٤)تعريف المتتالية المتقاربة ٥)- خواص المتتالية المتقاربة

٦)- أهم المتتاليات الشهيرة ٧)تتمة في المتتاليات.

أمثلة:

$$\left\{\frac{1}{n}\right\} : 1 , \frac{1}{2} , \frac{1}{3} , \frac{1}{4} , \frac{1}{5} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \frac{1}{n}$$

$$\left\{\frac{1}{n^2}\right\} : 1 , \frac{1}{4} , \frac{1}{9} , \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots . \frac{1}{n^2}$$

$$\left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\} : 1 , -\frac{1}{2} , \frac{1}{3} , -\frac{1}{4} , \dots \dots \dots ..$$

$$\{(-1)^n\} : -1 , 1 , -1 , 1 , -1 , \dots \dots \dots \dots \dots$$

$$\left\{\sin\frac{n\pi}{2}\right\} = 1 , 0 , -1 , 0 , 1 , 0 , \dots \dots \dots \dots \dots \dots$$

$$\{3n-1\} : 2 , 5 , 8 , \dots \dots \dots \dots \dots$$

◄المتتالية الحسابية:

لدينا علاقة هامة في المتتالية الحسابية وهي $a_n - a_{n-1} = r$ أي ان الفرق بين حدين متتالين هو r.

$$a_1 = a$$
$$a_2 = a + r$$
$$a_3 = a + 2r$$
$$\vdots$$
$$\vdots$$
$$a_m = a + (m-1)r$$
$$a_n = a + (n-1)r$$
$$a_n - a_m = (n-m)r$$

حيث rهي أساس المتتالية الحسابية.

◄المتتالية الهندسية:

لدينا علاقة هامة في المتتالية الهندسية وهي :

$$r = \frac{a_n}{a(n-1)}$$
$$a_1 = a$$
$$a_2 = ar$$
$$a_3 = ar^2$$
$$a_4 = ar^3$$
$$\vdots$$
$$\vdots$$
$$a_m = ar^{m-1}$$

$$a_n = ar^{n-1}$$

$$; r = \frac{a_n}{a_{n-1}}$$

◄لمتتالية الريمانية:

أي ان من اجل كل قيمة لـP نحصل على متتالية جديدة .

$$\left\{\frac{1}{n^p}\right\} \; ; p > 0$$

$$p = 1 \leftrightarrow \left\{\frac{1}{n}\right\}$$

$$p = 2 \qquad \rightarrow \qquad \left\{\frac{1}{n^2}\right\}$$

$$p = \frac{1}{2} \qquad \rightarrow \qquad \left\{\frac{1}{\sqrt{n}}\right\}$$

◄المتتالية المتراكبة: (التلسكوبية)

نقول عن المتتالية عددية ما أنها تلسكوبيه اذا أمكن كتابة حدها العام بالشكل:

$$\{a_n\} n \in N$$

$$a_n = b_n - b_{n-1}$$

مثال:

$$\left\{\frac{1}{n(n+1)}\right\} = a_n = \frac{1}{n} - 1/(n+1)$$

$$; \left\{\frac{1}{n(n+1)}\right\} ; n \in N$$

$$\{2^n\}: 2, 4, 8, ..$$

$$\{(-1)^n . n\}: -1, 2, -3, 4, -5, \dots \dots \dots$$

أوجد الحد العام:

$$\frac{1}{1,4},\frac{1}{4,7},\frac{1}{7,10},\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$\frac{1}{2,3},\frac{1}{4,9},\frac{1}{8,27},\dots\dots\dots\dots$$

بحيث $\{a_n\}n \in N$ وهي الحد العام للمتتالية.

المتتالية الجزئية

نقول عن المتتالية $\{b_m\}; m \in N$ متتالية جزئية من المتتالية $\{a_n\}; n \in N$ بحيث جميع عناصر المتتالية $\{b_m\}$ موجودة ضمن عناصر المتتالية $\{a_n\}$

مثال:

$$b_m = 1\,,\frac{1}{4},\frac{1}{9},\frac{1}{16},\frac{1}{25},\dots\dots\dots,\frac{1}{n^2}$$

$$a_n = 1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\dots\dots\dots\dots,\frac{1}{n}$$

المتتالية المتزايدة من المتتالية $\{a_n\}n \in N$ اذا كانت $; n \geq n_0 \in N$ $\quad a_n \leq a_{n+1}$

المتتالية متناقصة من المتتالية $\{a_n\}; n \in N$ اذا كانت $; n \geq n_0$ $\quad a_n \geq a_{n+1}$

انتهت المحاضرة

إعداد: سارة شهاب*مؤمنة أندورة*عاتكة فيحان

تنسيق: محمد أنس القزاز