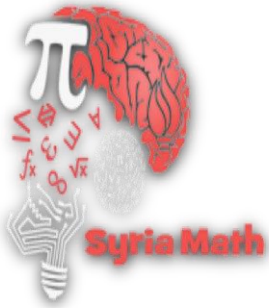


◄ دكتور المادة : هدى شماط

◄المحاضرة : الأولى عنوان المحاضرة : الحركات البسيطة للجسم الصلب

بسم الله ....سنبدأ أصدقائي في مقرر الميكانيك 2 وهو تتمة للميكانيك1 حيث درسنا في مقرر الميكانيك1 علم التحريك والآن سندرس علم الحركة والتوازن وسنعرف كل منهما ..

المحتوى العلمي لمقرر الميكانيك (2)

وهو يتألف من قسمين :

القسم الأول : قسم الحركة

1) الحركات البسيطة للجسم الصلب
2) الحركة الإنسحابية للجسم الصلب
3) الحركة الدورانية حول محور ثابت للجسم الصلب
4) الحركة اللولبية للجسم الصلب
5) الحركة الدورانية حول نقطة ثابتة للجسم الصلب
6) الحركة العامة للجسم الصلب
7) الحركة المستوية للجسم الصلب
8) الحركة المحصلة لنقطة مادية
9) الحركة المحصلة للجسم الصلب

القسم الثاني: قسم التوازن ((قد لا يتسع الوقت لدراسته في هذا الفصل))

والآن لنبدأ محاضرتنا مع بعض التعاريف والمفاهيم الأساسية :

علم التحريك : هو العلم الذي يختص بدراسة حركة الأجسام من جراء القوى المؤثرة عليها ويقوم هذا العلم بشكل أساسي على قوانين نيوتن الثلاث ((وهو ليس موضوع دراستنا))
فقد درسناه في مقرر ميكانيك (1) .. لكن من أجل التذكرة والمقارنة مع علم الحركة

علم الحركة : هو العلم الذي يهتم بدراسة حركة الأجسام أو مجموعة النقاط المادية دون النظر لمسببات الحركة .((يعني بعلم الحركة ما بنهتم بالقوى المؤثرة على الجسم فقط بحركته))

Syria Math Team

تعريف الجسم الصلب : هو مجموعة من النقاط المادية التي تحافظ على الأبعاد المتبادلة فيما بينها مع تغير الزمن . أما **المجموعة المادية المتماسكة :** فهي مجموعة من النقاط المادية التي تحافظ على الأبعاد المتبادلة فيما بينها مع تغير الزمن لكن عدد النقاط محدد .

فيزيائياً....لا يوجد في الطبيعة جسم صلب ينطبق عليه التعريف الرياضي لأن عبر خضوع الجسم الصلب لأي قوة فإن نقاطه سوف تتباعد أو تتقارب ،ولكن يمكن اعتبار عدد كبير من الأجسام كأجسام صلبة بسبب صغر التغيرات التي يمكن أن تطرأ على الأبعاد المتبادلة بين نقاط المجموعة مع تغير الزمن

مثل ((الخشب والحديد)) .

درجة حرية نقطة مادية : هي عدد الوسطاء أو الاتجاهات التي يمكن لنقطة مادية أن تتحرك فيها في الفراغ .

ملاحظة : تنقص درجة حرية النقطة المادية كلما زادت القيود .

قانون عدد درجات الحرية لنقطة مادية **تساوي** عدد الوسطاء المستقلة **ناقص** عدد علاقات الارتباط

مثال :

1) درجة حرية نقطة مادية في الفراغ هي ثلاثة درجات حرية

2) درجة حرية نقطة مادية في المستوي أو السطح هي درجتي حرية

3) درجة حرية نقطة مادية في المستقيم أو المنحني هو درجة حرية واحدة ، حيث نعلم أن المنحني ناتج عن تقاطع سطحين .

كيف يتعين موضع الجسم الصلب ؟؟

لتعيين موضع (حركة) الجسم الصلب حيث سنرمز له بالرمز (S) **يجب** تعيين موضع كل نقطة من نقاط هذا الجسم في لحظة ما من الزمن بالنسبة لفراغ ما أو بالنسبة لجملة إحداثية معينة ، ولكن إذا كان هذا الجسم يحوي على عدد غير منته من النقط المادية فقد يبدو أنه يتعذر علينا تعيين موضع الجسم الصلب لذلك نلجأ إلى التعريف الرياضي للجسم الصلب ويكون ذلك إذا عرفنا موضع ثلاث نقاط فقط من الجسم غير واقعة على استقامة واحدة ((غير مرتبطة خطيا)) .

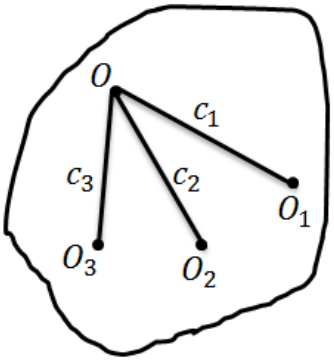
تنويه : لكي نعين نقطة في الفراغ يكفي معرفة احداثياتها الثلاث (x, y, z) للنقطة O .

أما لتعيين جسم صلب في الفراغ نحتاج لثلاث علاقات مستقلة .

ولمعرفة هذه العلاقات الثلاث نوجد علاقات البعد بين النقطة O والنقط الثلاثة $(o_1.o_2.o_3)$

$$|\overline{oo_1}| = c_1 \quad , \quad |\overline{oo_2}| = c_2 \quad , \quad |\overline{oo_3}| = c_3$$

ولكن لكي نحصل على هذه العلاقات يجب معرفة موضع ثلاث نقاط في الجسم ولتكن (o_1, o_2, o_3) كما موضح في الصفحة التالية ....



بحيث $O_1(x_1,y_1,z_1), O_2(x_2,y_2,z_2), O_3(x_3,y_3,z_3)$

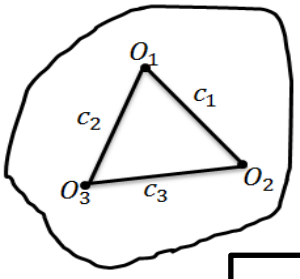
$$(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(z-z_1)^2=c_1^2$$
$$(x-x_2)^2+(y-y_2)^2+(z-z_2)^2=c_2^2$$
$$(x-x_3)^2+(y-y_3)^2+(z-z_3)^2=c_3^2$$

بالحل المشترك نحصل على النقطة $O(x.y.z)$ ومنه يتعين الجسم الصلب بمعرفة موضع ثلاث نقاط منه غير واقعة على استقامة واحدة .

مجموعة من الأمثلة لتعيين درجات الحرية

تعيين جسم صلب طليق في الفراغ

إن الجسم الصلب الطليق في الفراغ له ست درجات حرية لأن موضع الجسم الطليق يتعين إذا عُرف موضع ثلاث نقط غير واقعة على استقامة واحدة وبما أن كل نقطة تحوي ثلاثة وسطاء يصبح لدينا تسعة وسطاء $o_1(x_1.y_1.z_1)\ .\ o_2(x_2.y_2.z_2)\ .\ o_3(x_3.y_3.z_3)$ ولكن هذه الوسطاء مرتبطة بثلاث علاقات هي علاقات الأبعاد الثابتة المتبادلة بين النقط الثلاث كما موضح بالشكل :



$$|\overline{o_1o_2}|=c_1\ .\ |\overline{o_1o_3}|=c_2\ .\ |\overline{o_2o_3}|=c_3$$

وبالتالي حسب قانون عدد درجات الحرية يساوي

عدد الوسطاء ناقص عدد علاقات الارتباط

عدد درجات الحرية $9-3=6$

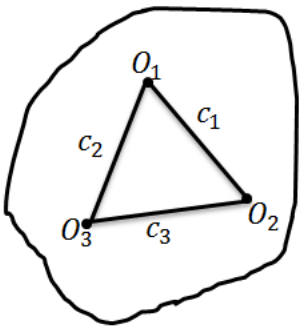
تعيين درجة حرية جسم صلب مقيد بنقطة واحدة (o_1)

نعلم أن لتعيين جسم صلب يجب معرفة ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة وفي هذه الحالة يكفي معرفة موضع نقطتين ولتكن (o_1,o_2) غير واقعتين على استقامة واحدة مع النقطة o_1 المعطاة

حيث النقطة المقيدة (o_1) ((لا يتم حساب وسطائها))

وبالتالي يكون لدينا ستة وسطاء وثلاث علاقات ارتباط

كما موضح بالشكل :



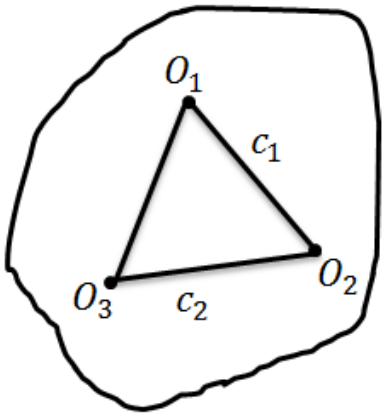
وبالتالي لمعرفة عدد درجات الحرية حسب القانون السابق

يكون لدينا عدد درجات الحرية هي $6-3=3$

حيث عدد علاقات الارتباط في هذا المثال هو 3 لأن

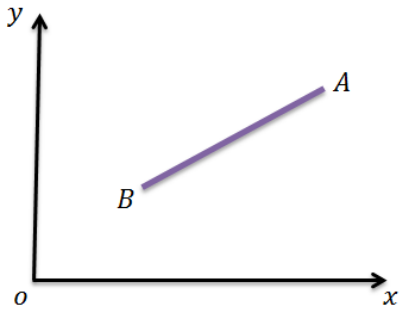
$$|\overline{o_1o_2}|=c_1\ .\ |\overline{o_1o_3}|=c_2\ .\ |\overline{o_2o_3}|=c_3$$

تعيين درجة حرية جسم صلب مقيد بنقطتين (o_1, o_3)



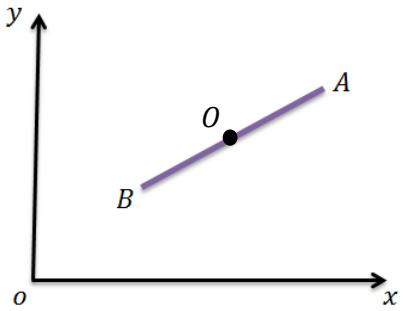
نلاحظ من الشكل المرسوم جانباً نلاحظ وجود علاقتي ارتباط هما
$|\overline{o_1o_2}| = c_1$, $|\overline{o_2o_3}| = c_2$
لأنه لا يوجد علاقة ارتباط بين $|\overline{o_1o_3}|$ لأنهما مقيدتين
وبالتالي يكون لدينا عدد الوسطاء 3 لأن النقاط المقيدة
لا يتم حساب وسطائها وبالتالي حسب القانون السابق
عدد درجات الحرية يكون $3 - 2 = 1$
وهو مثال على الحركة الدورانية حول محور ثابت : **مثل** ((الباب)).

تعيين درجة حرية قضيب صلب AB ملازمة في المستوي



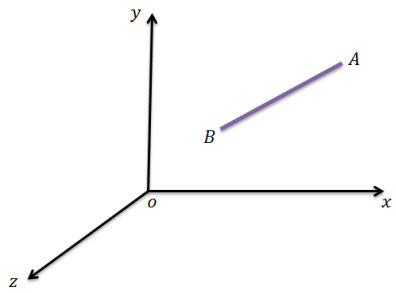
يتعين موضع القضيب في المستوي بمعرفة نقطتين هما $A\ B$
ولكل نقطة وسيطين لأننا في مستوي وبالتالي عدد الوسطاء 4
ولدينا علاقة ارتباط واحدة وهي $|\overline{AB}| = c$
وبالتالي يكون عدد درجات الحرية للقضيب حسب القانون
يكون : $4 - 1 = 3$ عدد درجات حرية القضيب

تعيين درجة حرية قضيب صلب AB ملازمة في مستوي ونقطة مادية تلازم القضيب



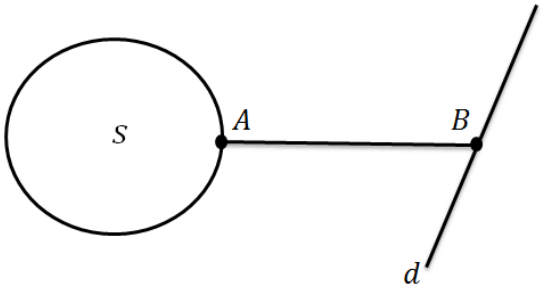
يتعين موضع القضيب في المستوي بمعرفة نقطتين هما $A\ B$
ولكل نقطة وسيطين لأننا في مستوي وبالتالي عدد الوسطاء 4
ولدينا علاقة ارتباط واحدة وهي $|\overline{AB}| = c$
ولدينا درجة حرية النقطة o على القضيب AB
وبالتالي يكون عدد درجات حرية القضيب مع النقطة حسب القانون
يكون : $4 - 1 + 1 = 4$ عدد درجات حرية القضيب مع النقطة .

تعيين درجة حرية قضيب صلب في الفراغ



لدينا هنا ستة وسطاء لنقطتين ((A, B)) لأننا في الفراغ
وعلاقة ارتباط واحدة .
وبالتالي عدد درجات الحرية
يكون : $6 - 1 = 5$

تعيين قضيب يتحرك في الفراغ بحيث يلازم أحد طرفيه سطح كرة ثابتة والطرف الآخر يلازم مستقيم ثابت



هنا لدينا ستة وسطاء لنقطتين (A , B) في الفراغ وعلاقة ارتباط المستقيم AB وعلاقة ارتباط النقطة A مع سطح الكرة S وعلاقتي ارتباط نتيجة ارتباط النقطة B بالمستقيم d لأن المستقيم d ناتج عن تقاطع مستويين ،

وبالتالي عدد درجات الحرية يكون $6 - 1 - 1 - 2 = 2$

الاحداثيات المعممة للجسم الصلب

نسمي الوسطاء المستقلة التي تعين بشكل وحيد وكافي موضع المجموعة المادية بالإحداثيات المعممة لهذه المجموعة المادية أي أن عدد الوسطاء المعممة تساوي إلى درجات الحرية فإذا كان للمجموعة n درجة حرية عندئذ يكون لديها n احداثي معمم ونرمز للإحداثي المعمم $i = 1.2 \dots \dots . n$; q_i

((بما أن الجسم الصلب الطليق له ست درجات حرية فمنه يكون $n = 6$))

إن النقطة المادية في المستوي xoy لها درجتي حرية أي لها احداثيين معممين هما

$$x = q_1 \quad , \quad y = q_2$$

النقطة الطليقة في الفراغ لها ثلاث درجات حرية واحداثياتها المعممة هي :

$$q_1 = r \quad , \quad q_2 = \varphi \quad , \quad q_3 = \theta$$

معادلة الحركة للجسم الصلب : هي العلاقات الزمنية التي تربط الإحداثيات المعممة بالزمن $q_i = q_i(t)$

ملاحظة : عدد معادلات حركة الجسم الصلب الطليق هو 6 .

أما الجسم الصلب المقيد يكون **اصغر تماما** من 6 .

ملاحظات للمقرر : لحل أي مسألة يجب حفظ القوانين ودلائل القوانين ، ثم نعين درجات الحرية بدلالة الزمن والتي تعطي معادلات الحركة ، موضع نقطة ، سرعة الجسم ، تسارع جسم شعاعياً

الدراسة الشعاعية : نكتب العبارات الشعاعية ولا ننسى الاشعة .

الدراسة التحليلية : تعتمد على الاسقاطات على جملة المحاور الإحداثية .

انتهت المحاضرة

إعداد: محمد علي فليون ** هديل سعيد ** خديجة الرفاعي