نظري

◄ دكتور المادة: محمد الشيخ

◄ المحاضرة: الثانية ◄ عنوان المحاضرة: مفاهيم عقدية

المحتوى العلمي : أهلاً بكم أصدقائي سندرس في هذه المحاضرة :

١ـالشكل الجبري للعدد العقدي .

- وجدنا في المحاضرة السابقة أن مجموعة الأعداد العقدية تعرف بالشكل :

$$\mathbb{C} = \{(\alpha , \beta) \; ; \; \alpha , \beta \in \mathbb{R}\}$$

$(\mathbb{C} , + , \cdot)$ حقل (تبديلي)

- $\mathbb{C}$ لا يحوي قواسم للصفر

$$\mathfrak{z}_1 . \mathfrak{z}_2 = 0 \Rightarrow \mathfrak{z}_1 = 0 \vee \mathfrak{z}_2 = 0$$

هل يمكن ترتيب المجموعة $\mathbb{C}$ كلياً ؟؟؟

في الحقيقة إذا نظرنا لها أنها مجموعة مجردة فالإجابة ستكون نعم

إذاً ممكن تعريف علاقة ترتيب كلية كما يلي :

$$\forall \;\; \mathfrak{z}_1 = (\alpha_1 , \beta_1) , \mathfrak{z}_2 = (\alpha_2 , \beta_2) \; \in \mathbb{C}$$

$$\mathfrak{z}_1 \leq \mathfrak{z}_2 \Leftrightarrow (\alpha_1 < \alpha_2) \vee (\alpha_1 = \alpha_2 \wedge \beta_1 \leq \beta_2)$$

كيف نقارن بين عنصرين وفق هذه العلاقة :

بداية نقارن المسقط الأول مع المسقط الأول فإذا كان المسقط الأول لأحد الثنائيتين أكبر من المسقط الأول للثنائية الأخرى فيتم المطلوب ، أما إذا تساوى المسقط الأول مع المسقط الأول نقارن المساقط الثانية .

تساؤل : كيف يمكن اعتبار أن $\mathbb{C} \subseteq \mathbb{R}$ بالرغم أن عناصر $\mathbb{R}$ هي أعداد حقيقية وعناصر $\mathbb{C}$ هي ثنائيات؟

في الحقيقة ممكن أن نقبل بذلك إذا استطعنا إيجاد تماثل (تطبيق متباين وغامر وتشاكل) بين $\mathbb{R}$ ومجموعة جزئية من $\mathbb{C}$ ، ولتكن A عندئذٍ : بما أن $\mathbb{C} \supseteq A$ و $A \cong \mathbb{R}$ فيمكن ان نقبل أن $\mathbb{R}$ محتواة في $\mathbb{C}$.

لنأخذ المجموعة: $A = \mathbb{R} \times \{0\} \subseteq \mathbb{C}$ ولنعرف عليها التطبيق :

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \times \{0\}$$

$$\alpha \longrightarrow f(\alpha) = (\alpha, 0)$$

أن التطبيق (تماثل) حقلي و هذا ((التماثل الحلقي بين حقلين)) يسمح لنا بالمطابقة بين اي ثنائية من الشكل (α ،٠)وبين العدد الحقيقي α .

- هل نستطيع إثبات أن : $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \times \{0\}$ تشاكل او تماثل حلقي ام لا ؟

الشكل الجبري (الديكارتي) للعدد العقدي :

$$\forall \quad z = (\alpha, \beta) \in \mathbb{C}$$

$$z = (\alpha, \beta)$$

$$= (\alpha, 0) + (0, \beta)$$

$$= \alpha + (\beta, 0)(0,1)$$

$$= \alpha + \beta(0,1)$$

نرمز بـ i للعدد $(0, 1)$

الشكل الجبري للعدد العقدي $\boxed{z = \alpha + \beta i}$

أن $\quad i^2 = (0,1)(0,1) = (-1,0) = -(1,0) = -1$

نسمي العدد الحقيقي α بالقسم الحقيقي للعدد العقدي $z = \alpha + \beta i$ ونرمز له ب : $Re\ z$

نسمي العدد الحقيقي β بالقسم التخيلي للعدد العقدي $z = \alpha + \beta i$ ونرمز له ب : $Im\ z$

انتهت المحاضرة

إعداد: كمال الرفاعي – باسل أبو عيسى – هالة مصطفى