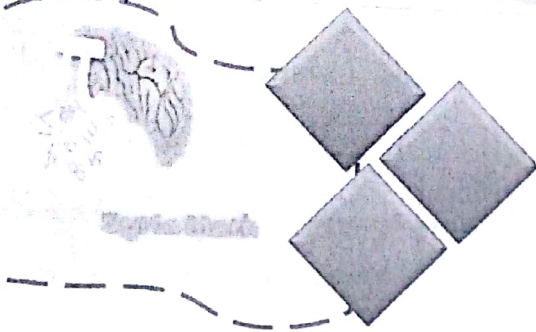


المحاضرة
الخامسة عشر

نظري
عملي

◀ دكتور الملائكة: شوقي الراشد

◀ عنوان المحاضرة: مراجعات بنى 2



تعريف: لنكن R حلقة تبديلية واصلية و $v, v' \in R$ نقول ان v تقسم v' اذا كان $\exists s \in R : v' = v \cdot s$ ونرمز لذلك $v | v'$

تعريف: لنكن R حلقة تبديلية واصلية نقول ان $v \in R$ عنصر غير قابل للتفكيك في R اذا تحقق $(v | u) \wedge u \neq 0 \implies v | u$ حيث $v \neq 0$ $\implies \exists t \in R : v = s \cdot t$

تعريف: لنكن R حلقة تبديلية واصلية نقول ان $v \in R$ انهما مترادفان (معاً) اذا كان v و v' $v' = u \cdot v$ $\implies \exists u \in U(R)$

تعريف: لنكن R حلقة تبديلية واصلية نقول ان $v \in R$ انهما مترادفان اذا تحقق $(v | u) \wedge u \neq 0 \implies v | u$ حيث $v \neq 0$ $\implies \exists t \in R : v = s \cdot t$

امثلة: لنكن $R = (\mathbb{Z}, +, \cdot)$ اعداد اولي في \mathbb{Z} هو غير قابل للتفكيك في \mathbb{Z} وايضا 4 و 4 مترادفان

لنكن $R = (\mathbb{Z}, +, \cdot)$ ان 2 و 1 $U(R)$ وان $0 \neq 2 \notin U(R)$ و 2 غير اولي وقابل للتفكيك في R وايضا 2 و 4 مترادفان

ملاحظة: كل عدد مترادف لنفسه

تبرهن: لكن \mathbb{R} حقل تبديلية و $0 \neq r \in \mathbb{R}$
 1) بين فيما اذا كان \mathbb{R} حقل تبديلية في \mathbb{R} فان \mathbb{R} حقل تبديلية في \mathbb{R}
 2) اذا كانت \mathbb{R} حقل تبديلية و $r \neq 0$ في \mathbb{R} فان \mathbb{R} حقل تبديلية في \mathbb{R}
 ثم بين ان \mathbb{R} حقل تبديلية بالضرورة.

الحل: 1) مثال مناسب تم اعطاه قبل البدء بالتبرهن $\mathbb{R} = (\mathbb{Z}, +, \cdot)$
 2) لنفرض ان r حقل تبديلية $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ حيث
 $s, t \in \mathbb{R} : r = s \cdot t \Rightarrow r \mid s \cdot t \Rightarrow r \mid s \vee r \mid t$
 $\exists u \in \mathbb{R} : s = u \cdot r \Rightarrow r = u \cdot r \cdot t \Rightarrow u \cdot t = 1$
 $\Rightarrow t \in U(\mathbb{R})$
 ومنه r حقل تبديلية في \mathbb{R} (وذلك يفرض $r \mid s$)

الآن لنفرض بالضرورة (او نظيفة)

تبرهن: لكن \mathbb{R} حقل تبديلية و \mathbb{R} حقل تبديلية (ID) : نقول ان \mathbb{R} حقل تبديلية
 اقلية اذا وجد $\exists c \in \mathbb{R} : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{N}$
 $\forall x, y \in \mathbb{R} \setminus \{0\} : \exists r, q \in \mathbb{R} : y = x \cdot q + r$
 1. $r = 0$ او $c(r) < c(x)$

الحل: $\mathbb{R} = (\mathbb{Z}, +, \cdot)$ حقل تبديلية لان $\mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{N}$
 $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} : c(x) = |x| \Rightarrow \forall x, y \in \mathbb{R} \setminus \{0\} : \exists q, r \in \mathbb{R} : y = x \cdot q + r$
 $r = 0 \vee c(r) = |r| < |x| = c(x)$

اذا كانت \mathbb{R} حقل تبديلية فان $\mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{N}$ حقل تبديلية

بما ان \mathbb{R} حقل تبديلية $\mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{N}$ حقل تبديلية $\mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{N}$ حقل تبديلية

