◄ دكتورة المادة: هدى شماط

◄ المحاضرة: السادسة ◄ عنوان المحاضرة: الحركة اللولبية للجسم الصلب

الحركة اللولبية للجسم الصلب

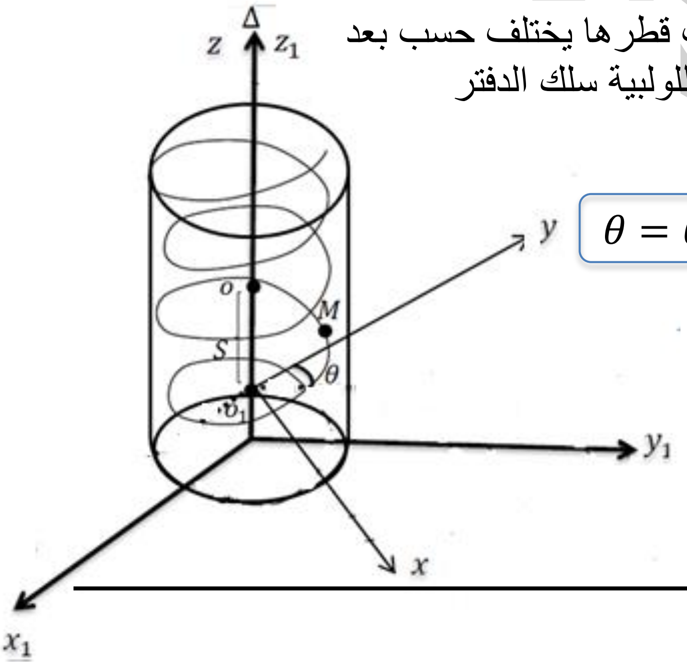
تعريفها :

هي حركة جسم صلب ينسحب فيه مستقيم محدد (D) من الجسم على مستقيم ثابت (D_1) في الفراغ الثابت بحيث ترسم كل نقطة من هذا الجسم لولب دائري وتبقى خطى اللولب كلها متساوية .

- لدينا وسيطين للحركة اللولبية ((زاوية الدوران (θ) والانسحاب (S))) لكن لدينا درجة حرية واحدة للحركة أي " معادلة حركة واحدة "

<u>لأن</u> اللولب الدائري يتصف بالخاصة التالية وهي أن الانسحاب وفق اللولب يتناسب مع زاوية الدوران حول المحور , أي أن الوسيطين (S,θ) مرتبطان بالعلاقة $S = b.\theta$, مما يجعل الوسيط (θ) كافياً لتعيين موضع أي نقطة من الجسم ونسمي (b) بالخطوة المختزلة للولب وإذا دار الجسم دورة كاملة فإن الانسحاب (S) يصبح : $S = B = 2\pi.b$
وتسمى (B) خطوة اللولب .

- إن المسارات اللولبية تقع على الأسطوانة التي نصف قطرها يختلف حسب بعد النقطة عن محور الدوران عليها <u>**مثال**</u> على الحركة اللولبية سلك الدفتر



تعيين موضع نقط الجسم

علمنا أن للجسم معادلة حركة وحيدة وهي من الشكل $\boxed{\theta = \theta(t)}$
ويتعين موضع النقطة (M) من الجسم بالعلاقة :

$$\forall\, M \in S \quad : \quad \overrightarrow{O_1M} = \overrightarrow{O_1O} + \overrightarrow{OM}$$

$$\overrightarrow{O_1M} = S\vec{k} + x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$$

$$\overrightarrow{O_1M} = b\theta\vec{k} + x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$$

حيث (O_1) نقطة ثابتة
(O) نقطة متماسكة مع الجسم و (b) الخطوة المختزلة للحركة اللولبية
$(\vec{k})$ شعاع الواحدة لمحور الحركة اللولبية (Δ)

تعيين سرع نقط الجسم

لتعيين سرعة نقطة (M) من الجسم نسقط (M) على المستوي (oxy) وليكن المسقط (m)

$$\overrightarrow{o_1M} = \overrightarrow{o_1o} + \overrightarrow{oM} = s\vec{k} + x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$$

حيث نكتب السرع على شكل مجموع كل من السرعة الدورانية والسرعة الانسحابية

سرعة الانسحاب $S' = b\theta' = \vec{v_1}(m)$

سرعة الدوران $\vec{v_2}(m) = \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{o_1m} = \vec{\omega} \wedge \left(\overrightarrow{o_1o} + \overrightarrow{oM}\right) = \left(\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{o_1o}\right) + \left(\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{oM}\right)$

$\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{o_1o} = 0$ شعاعين متوازيين (محمولين على نفس المحور)

وبالتالي فإن متجه سرعة (M) يصبح : $\vec{v}(\mathrm{M}) = \vec{v_1}(m) + \vec{v_2}(m)$

$$\vec{v}(M) = \underbrace{S'\vec{k}}_{\vec{v_1}(m)} + \underbrace{\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{oM}}_{\vec{v_2}(m)}$$

$$\boxed{\Longrightarrow \vec{v}(\mathrm{M}) = b\theta'\vec{k} + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{oM} = b\vec{\omega} + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{oM} \quad \ldots.(1)}$$

تعيين تسارع نقط الجسم

نشتق شعاع سرعة النقطة (M) حيث $M \in S$ ومنه :

$$\vec{\Gamma}(M) = b\theta''\vec{k} + \frac{d\left(\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{oM}\right)}{dt} \quad ; o = o_1$$ لأن الحركة دورانية

$$\Longrightarrow \vec{\Gamma}(\mathrm{M}) = b\vec{\varepsilon} + \vec{\varepsilon} \wedge \overrightarrow{oM} + \vec{\omega} \wedge \frac{d\overrightarrow{oM}}{dt}$$

وهي علاقة التطبيق المباشر للمسائل

$$\Longrightarrow \vec{\Gamma}(\mathrm{M}) = b\vec{\varepsilon} + \vec{\varepsilon} \wedge \overrightarrow{oM} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{mM})$$

حيث (m) هي المسقط القائم على محور الدوران (Δ) وبالتالي :

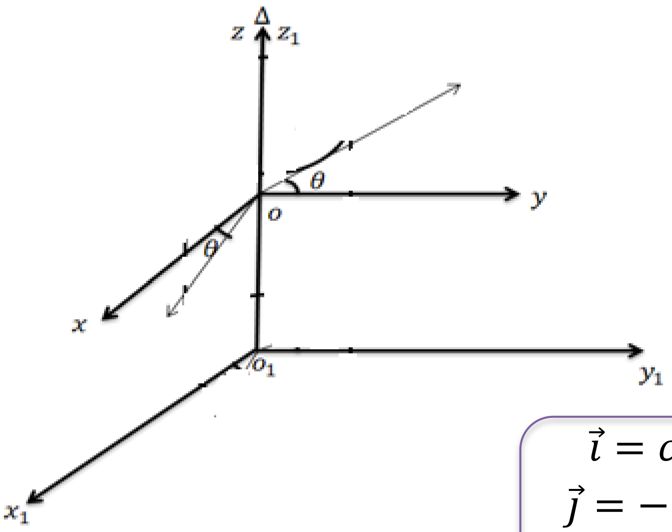
$$\Longrightarrow \vec{\Gamma}(M) = b\vec{\varepsilon} + \vec{\varepsilon} \wedge \overrightarrow{oM} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{mM})$$

$$\boxed{\Longrightarrow \vec{\Gamma}(M) = b\vec{\varepsilon} + \vec{\varepsilon} \wedge \overrightarrow{oM} - \omega^2\overrightarrow{mM}}$$

حيث $(b\vec{\varepsilon})$ تسارع انسحابي وَ $(\vec{\varepsilon} \wedge \overrightarrow{oM})$ تسارع مماسي وَ $(-\omega^2\overrightarrow{mM})$ تسارع ناظمي

الدراسة التحليلية للحركة اللولبية

نختار جملة محاور ثابتة $(o_1x_1y_1z_1)$ فيها (o_1z_1) منطبق على محور الدوران (Δ)
ونختار $(oxyz)$ جملة متماسكة مع الجسم فيها (oz) منطبق على محور الدوران .
حيث xyz ثوابت و $\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$ مقادير متغيرة .
xy يوازي x_1y_1 ولكن يميل عنه بزاوية θ



وإن (o) تنطبق على (o_1) في بداية الحركة :

$$\overrightarrow{oo_1} = s\overrightarrow{k_1} = b\theta\overrightarrow{k_1}$$

لنأخذ العلاقة الشعاعية لموضع النقطة (M)

$$\overrightarrow{o_1M} = b\theta\vec{k} + \overrightarrow{oM}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{o_1M} = b\theta\vec{k} + x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{o_1M} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + (z + b\theta)\vec{k}$$

تذكرة في المحاضرة السابقة :

$$\vec{\imath} = cos\theta\overrightarrow{\imath_1} + sin\theta\overrightarrow{\jmath_1}$$
$$\vec{\jmath} = -\sin\theta\overrightarrow{\imath_1} + cos\theta\overrightarrow{\jmath_1}$$
$$\vec{k} = \overrightarrow{k_1}$$

بإسقاط العلاقة الشعاعية على جملة المحاور الثابتة نجد :

$$x_1 = xcos\theta - ysin\theta$$
$$y_1 = xsin\theta + ycos\theta$$
$$z_1 = z + b\theta$$

حيث (θ) تكون بين المستوي الثابت والمستوي المتحرك .

إن $(x_1y_1z_1)$ هي إحداثيات النقطة (M) على المحاور الثابتة وعند تعويض $\boxed{\theta = \theta(t)}$ نحصل على معادلات حركة النقطة (M) , **وبحذف الوسيط** (t) من معادلات الحركة نحصل على **معادلتي المسار** للنقطة (M) .

السرعة تحليلياً

تتعين مركبات شعاع السرعة لنقطة (M) على جملة المحاور الثابتة من **الاشتقاق المباشر** لمركبات النقطة (M)

في الجملة الثابتة :

$$\vec{v}(\mathrm{M}) = \begin{cases} x_1' = (-xsin\theta - ycos\theta)\theta' \\ y_1' = (xcos\theta - ysin\theta)\theta' \\ z_1' = b\theta' \end{cases}$$

أو نطبق القانون :

$$\vec{v}(\mathrm{M}) = b\theta'\overrightarrow{k_1} + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{o_1M}$$

$$\Rightarrow \vec{v}(\mathrm{M}) = b\theta'\overrightarrow{k_1} + \begin{vmatrix} \overrightarrow{\imath_1} & \overrightarrow{\jmath_1} & \overrightarrow{k_1} \\ 0 & 0 & \theta' = \omega \\ x_1 & y_1 & z_1 \end{vmatrix}$$

$$\Longrightarrow \vec{v}(\mathrm{M}) = b\theta'\overrightarrow{k_1} - \theta' y_1 \overrightarrow{\imath_1} + \theta' x_1 \overrightarrow{\jmath_1}$$

$$\Longrightarrow \vec{v}(\mathrm{M}) = -\theta'\,(x\sin\theta + y\cos\theta)\overrightarrow{\imath_1} + \theta'(x\cos\theta - y\sin\theta)\overrightarrow{\jmath_1} + b\theta'\overrightarrow{k_1}$$

التسارع تحليلياً

تتعين مركبات شعاع التسارع لنقطة (M) على جملة المحاور الثابتة من **<u>الاشتقاق المباشر</u>** لمركبات شعاع السرعة $\vec{v}(M)$

<u>في الجملة الثابتة :</u> وهنا الاشتقاق اشتقاق جداء لشعاع السرعة .

$$\vec{\Gamma}(M) = (x_1'', y_1'', z_1'') = \begin{cases} x_1'' = (-x\sin\theta - y\cos\theta)\theta'' + (-x\cos\theta + y\sin\theta)\theta'^2 \\ y_1'' = (x\cos\theta - y\sin\theta)\theta'' + (-x\sin\theta - y\cos\theta)\theta'^2 \\ z_1'' = b\theta'' \end{cases}$$

<u>أو نطبق القانون :</u>

$$\vec{\Gamma}(M) = b\theta''\overrightarrow{k_1} + \vec{\varepsilon} \wedge \overrightarrow{oM} + \vec{\omega} \wedge \vec{v}(M)$$

$$\vec{\Gamma}(M) = b\theta''\overrightarrow{k_1} + \begin{vmatrix} \overrightarrow{\imath_1} & \overrightarrow{\jmath_1} & \overrightarrow{k_1} \\ 0 & 0 & \varepsilon \\ x_1 & y_1 & z_1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \overrightarrow{\imath_1} & \overrightarrow{\jmath_1} & \overrightarrow{k_1} \\ 0 & 0 & \omega \\ v_{x_1} & v_{y_1} & b\theta' \end{vmatrix}$$

حيث $v_{y_1} = (x\cos\theta - y\sin\theta)\theta'$, $v_{x_1} = (-x\sin\theta - y\cos\theta)\theta'$

$$\vec{\Gamma}(M) = \left(-\theta'' y_1 - \theta' v_{y_1}\right)\overrightarrow{\imath_1} + \left(\theta'' x_1 + \theta' v_{x_1}\right)\overrightarrow{\jmath_1} + b\theta''\overrightarrow{k_1} \quad : \ \varepsilon = \theta'' , \omega = \theta'$$

وهذه العلاقات تمثل **مركبات التسارع على الجملة الثابتة** .

<u>أما</u> **السرعة والتسارع في الجملة المتماسكة**

$$\overrightarrow{O_1M} = S\vec{k} + x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$$

$$\vec{v}(\mathrm{M}) = b\theta'\vec{k} + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{oM} \Longrightarrow \vec{v}(\mathrm{M}) = b\theta'\vec{k} + \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \theta' \\ x & y & z \end{vmatrix}$$

$$\Longrightarrow \boxed{\vec{v}(\mathrm{M}) = -\theta' y\vec{\imath} + \theta' x\vec{\jmath} + b\theta'\vec{k}}$$ وهي عبارة السرعة

$$\vec{\Gamma}(M) = b\theta''\vec{k} + \vec{\varepsilon} \wedge \overrightarrow{oM} + \vec{\omega} \wedge \vec{v}(M)$$

$$\Longrightarrow \vec{\Gamma}(M) = b\theta''\vec{k} + \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \varepsilon \\ x & y & z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega \\ -\theta' y & \theta' x & b\theta' \end{vmatrix}$$

Syria Math Team

$$\Rightarrow \vec{\Gamma}(M) = (-\theta''y - \theta'^2x)\vec{\imath} + (\theta''x - \theta'^2y)\vec{\jmath} + b\theta''\vec{k}$$

وهي عبارة التسارع

تعريف الحركة اللولبية المنتظمة

نسمي الحركة اللولبية بالحركة اللولبية المنتظمة عندما يكون شعاع الدوران **ثابت** أي السرعة ثابتة والتسارع الناظمي معدوم .

إن عبارة السرعة لا تتغير أما عبارة التسارع تتغير فتصبح : $\vec{\Gamma}(M) = -\omega^2\overrightarrow{mM}$

مسألة

تدور أسطوانة دائرية حول محورها بسرعة زاوية ثابتة $(\omega = 2)$ وينسحب محورها على حامله بسرعة منتظمة $(v = 6)$, **المطلوب :**

تعيين الخطوة المختزلة للولب (الحركة اللولبية) للأسطوانة , ثم تعيين موضع ومسار وسرعة نقطة من الأسطوانة , احداثياتها بالنسبة لجملة متماسكة مع الأسطوانة هي $(2,2,3)$.

الحل :

1) نعلم من خواص اللولب الدائري أن $(*)$ ... $\quad s = b\theta$

ولدينا من نص المسألة $v = 6 \,,\, \omega = 2$

نشتق طرفي العلاقة $(*)$ فنجد :

$$s' = b\theta' \Rightarrow \frac{ds}{dt} = b.\frac{d\theta}{dt}$$

$$\Rightarrow v = \frac{ds}{dt} = b.\omega$$

$$\Rightarrow 6 = b.2 \quad \Rightarrow b = 3$$

وهي **الخطوة المختزلة للولب** .

- لإيجاد حركة الأسطوانة يجب إيجاد معادلتها , وبما أن الحركة لولبية فإن وسيطها (θ) ومنه :

$$\theta' = \omega = 2 \Rightarrow \theta = \int \omega dt$$

$$\Rightarrow \theta = 2t + \theta_0$$

وبفرض $(\theta_0 = 0)$ في اللحظة الزمنية $(t = 0)$ فنجد :

$\boxed{\theta = 2t}$ معادلة حركة واحدة لها درجة حرية واحدة

ملاحظة : حتى لو لم يذكر لنا إيجاد معادلة الحركة , يجب إيجادها لأننا نستخدمها في باقي طلبات المسألة .

تنويه : نوهت الدكتورة إلى أن التعاريف مهمة وكل من الدراسة الشعاعية والتحليلية مهمة أيضاً

على رغم أن الدراسة التحليلية لم تظهر اهميتها بعد .....حيث سنلاحظ هذا في بحث زوايا أولر في المحاضرة القادمة .... لنتابع حل المسألة ^_^

2) تعيين موضع النقطة (M) ومسارها

لدينا احداثيات النقطة بالشكل $(2,2,3)$ ومنه :

$$\forall\, M \in s: \overrightarrow{o_1M} = \underbrace{(\overrightarrow{o_1o})}_{s} + \overrightarrow{oM}$$

$$\Longrightarrow \overrightarrow{o_1M} = b\theta\vec{k} + x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$$

$$\overrightarrow{o_1M} = b\theta\vec{k} + 2\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + 3\vec{k}$$

$$\Longrightarrow \overrightarrow{o_1M} = 3(2t)\vec{k} + 2\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + 3\vec{k}$$

$$\overrightarrow{o_1M} = 6t\vec{k} + 2\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + 3\vec{k}$$

$$\Longrightarrow \boxed{\overrightarrow{o_1M} = 2\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + (6t+3)\vec{k}}$$ وهي موضع (M) على الجملة المتماسكة

- لإيجاد المسار يجب الانتقال من الجملة المتماسكة إلى الجملة الثابتة .

- طالما طلب المسار نحول من متماسكة لثابتة أما إذا لم يطلب المسار الأسهل أن نحل على المتماسكة

- وجدنا سابقا أن :

$$\boxed{\begin{aligned}\vec{\imath} &= cos\theta\overrightarrow{\imath_1} + sin\theta\overrightarrow{\jmath_1}\\ \vec{\jmath} &= -\sin\theta\overrightarrow{\imath_1} + cos\theta\overrightarrow{\jmath_1}\\ \vec{k} &= \overrightarrow{k_1}\end{aligned}}$$

حيث $(\theta = 2t)$ ومنه بالتعويض بالعلاقة الأخيرة :

$$\forall\, M \in s$$

$$\overrightarrow{o_1M} = 2(cos2t\overrightarrow{\imath_1} + sin2t\overrightarrow{\jmath_1}) + 2(-\sin 2t\overrightarrow{\imath_1} + cos2t\overrightarrow{\jmath_1}) + (6t+3)\overrightarrow{k_1}$$

وبالتالي بالاسقاط على الجملة الثابتة نجد :

$$x_1 = 2(cos2t - sin2t) \;\ldots(1)$$
$$y_1 = 2(\sin 2t + cos2t) \;\ldots(2)$$
$$z_1 = (6t+3) \;\ldots(3)$$

وهي **معادلات حركة** النقطة (M) و**بحذف** (t) من هذه المعادلات نجد **المسار**

ولحذف الزمن (t) نربع العلاقة (1) و (2) ثم نجمع :

$$x_1^2 + y_1^2 = [2(cos2t - sin2t)]^2 + [2(\sin 2t + cos2t)]^2 = 8$$

$$\boxed{x_1^2 + y_1^2 = 8 \;\ldots(*)}$$

وهي معادلة سطح أسطوانة نصف قطرها $(2\sqrt{2})$ ومحورها (o_1z_1)

ومن العلاقة (3) نجد : $\boxed{t = \frac{z_1 - 3}{6}}$

وبالتعويض في (1) نجد :

$$x_1 = 2\left(\cos\frac{z_1-3}{3} - \sin\frac{z_1-3}{3}\right) \ldots (**)$$

فالمسار يتعين من تقاطع كل من $(**)$ و $(*)$ ، ولتعيين سرعة (M) **نعود إلى الجملة المتماسكة** ((حسب الطلب)) وبالتالي :

$$\vec{v}(\mathrm{M}) = b\theta'\vec{k} + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{oM}$$

$$\vec{v}(M) = 6\vec{k} + \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{vmatrix} \Longrightarrow \boxed{\vec{v}(\mathrm{M}) = -4\vec{\imath} + 4\vec{\jmath} + 6\vec{k}}$$

ولتعيين تسارع (M) على الجملة المتماسكة نطبق القانون التالي :

$$\vec{\Gamma}(\mathrm{M}) = b\theta''\vec{k} + \vec{\varepsilon} \wedge \overrightarrow{oM} + \vec{\omega} \wedge \vec{v}(M) \quad ; \varepsilon = \theta'' = 0$$

$$\vec{\Gamma}(M) = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 2 \\ -4 & 4 & 6 \end{vmatrix} \Longrightarrow \boxed{\vec{\Gamma}(\mathrm{M}) = -8\vec{\imath} - 8\vec{\jmath}}$$

ملاحظة : لإيجاد السرعة والتسارع في الجملة الثابتة نقوم بالاشتقاق المباشر لمركبات النقطة $M(x_1, y_1, z_1)$.

حل وظيفة المحاضرة السابقة

يتحرك جسم صلب بحركة دورانية حول محور ثابت ومعادلة الحركة هي :

$$\theta = a\left[t + \frac{1}{b}\left(e^{-bt} - 1\right)\right] \quad ; \quad a, b \text{ ثوابت}$$

المطلوب : (1 عين شعاع الدوران وشعاع التسارع الزاوي للجسم .

(2 تعيين سرعة وتسارع نقطة من الجسم تبعد عن محور الدوران بالمقدار R .

(3 تعين قيمة كل من التسارع المماسي والتسارع النظامي والتسارع الكلي .

(4 تعيين القيمة العددية لسرعة والتسارع عندما t تسعى إلى اللانهاية.

الحل

(1 نختار جملة المحاور الثابتة هي $(o_1x_1y_1z_1)$ بحيث o_1z_1 منطبق على محور الدوران ونختار جملة المحاور المتحركة هي $(oxyz)$ بحيث oz منطبق على محور الدوران والآن لنوجد شعاع الدوران :

$$\vec{\omega} = \theta'\overrightarrow{k_1} = a\left[1 + \frac{1}{b}\left(-be^{-bt}\right)\right]\overrightarrow{k_1} = a\left[1 - e^{-bt}\right]\overrightarrow{k_1}$$

أما لإيجاد التسارع الزاوي نشتق شعاع الدوران فنجد : $\vec{\varepsilon} = a\left[be^{-bt}\right]\overrightarrow{k_1} = a.be^{-bt}\overrightarrow{k_1}$

Syria Math Team

نلاحظ أن كل من $\vec{\omega}\ ,\ \vec{\varepsilon}$ لهما نفس الإشارة وبالتالي الحركة متسارعة .

2) لإيجاد سرعة وتسارع النقطة ولتكن $M(x,y,z)$ نطبق القانون التالي :

$$\vec{v}(M)=\vec{\omega}\wedge\overrightarrow{oM}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0 & \omega\\ x & y & z\end{vmatrix}=-\omega y\vec{i}+x\omega\vec{j}$$

نحول السرعة من شعاعية إلى عددية بأخذ الطويلة

$$|\vec{v}(M)|=\sqrt{\omega^2y^2+\omega^2x^2}=\omega\sqrt{x^2+y^2}$$

والآن لنوجد التسارع من القانون :

$$\vec{\Gamma}(M)=\vec{\varepsilon}\wedge\overrightarrow{oM}+\vec{\omega}\wedge\vec{v}(M)$$

$$\vec{\Gamma}(M)=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0 & \varepsilon\\ x & y & z\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0 & \omega\\ -\omega y & \omega x & 0\end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \vec{\Gamma}(M)=(-\varepsilon y\vec{i}+\varepsilon x\vec{j})+(-\omega^2x\vec{i}-\omega^2y\vec{j})$$

$$\Rightarrow \vec{\Gamma}(M)=(-\varepsilon y-\omega^2x)\vec{i}+(\varepsilon x-\omega^2y)\vec{j}$$

ملاحظة هامة : تم حل السؤال السابق بالنسبة للجملة المتماسكة خلاف للتمرين المحلول في المحاضرة السابقة في الجملة الثابتة " لنا حرية الاختيار طالما لم يحدد لنا في نص السؤال "

3) لإيجاد التسارع المماسي والتسارع الناظمي والتسارع الكلي نطبق القوانين التالية :

$$\overrightarrow{\Gamma_T}(M)=\vec{\varepsilon}\wedge\overrightarrow{oM}=-\varepsilon y\vec{i}+\varepsilon x\vec{j}\Rightarrow\left|\overrightarrow{\Gamma_T}(M)\right|=\varepsilon\sqrt{x^2+y^2}$$

$$\overrightarrow{\Gamma_N}(M)=\vec{\omega}\wedge\vec{v}(M)=-\omega^2x\vec{i}-\omega^2y\vec{j}\Rightarrow\left|\overrightarrow{\Gamma_N}(M)\right|=\omega^2\sqrt{x^2+y^2}$$

$$\left|\vec{\Gamma}(M)\right|=\sqrt{\Gamma_T^2(M)+\Gamma_N^2(M)}\ \Rightarrow\ \left|\vec{\Gamma}(M)\right|^2=(\varepsilon^2+\omega^4)(x^2+y^2)$$

4) القيمة العددية للسرعة عندما (t) تسعى للانهاية

$$\vec{v}(\mathrm{M})=\omega y\vec{i}+x\omega\vec{j}\ \Rightarrow|\vec{v}(M)|=\omega\sqrt{x^2+y^2}$$

إن $\omega\xrightarrow[t\to\infty]{}const$ ومنه نجد أن $|\vec{v}(M)|\xrightarrow[t\to\infty]{}const$

القيمة العددية للتسارع عندما (t) تسعى للانهاية :

لدينا $\varepsilon\xrightarrow[t\to\infty]{}0$ ومنه نجد أن : $|\vec{\Gamma}(M)|\xrightarrow[t\to\infty]{}0$

وبما أن $\varepsilon=0$ وَ $\omega=const$ فإن الحركة منتظمة .

انتهت المحاضرة

إعداد: محمد علي فليون ** هديل سعيد ** خديجة الرفاعي