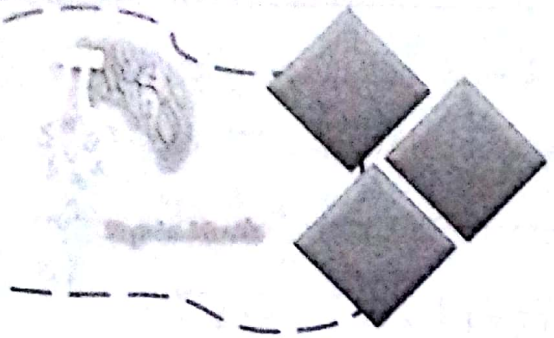
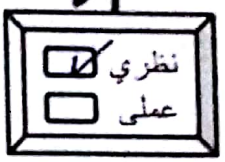


المحاضرة 14



◄ دكتور المادة: جمال اللبن

◄ عنوان المحاضرة: مخططات كارنو

مخطط كارنو : هو شكل مربع أو مستطيل مقسم إلى خلايا عددها 2^n حيث n تمثل عدد متحولات الدوال البولينية والهدف الأساسي هو المساعدة في تبسيط العبارات البولينية.

أمثلة : من أجل متحول واحد $n=1$ فإن عدد الخلايا $2^1=2$ ومخطط كارنو هو

$\bar{a}$	a
a	a

وسنرمز له بـ

a

من أجل متحولين $n=2$ فإن عدد الخلايا $2^2=4$ ومخطط كارنو هو

	b	$\bar{b}$
a	ab	$a\bar{b}$
$\bar{a}$	$\bar{a}b$	$\bar{a}\bar{b}$

أو

	b	$\bar{b}$
a	ab	$a\bar{b}$
$\bar{a}$	$\bar{a}b$	$\bar{a}\bar{b}$

أما

	b	$\bar{b}$
a	$a\bar{b}$	$a\bar{b}$
	$\bar{a}b$	$\bar{a}\bar{b}$

غير مقبول لأنه لم تظهر ab و $\bar{a}\bar{b}$ في المخطط.

من أجل ثلاث متحولات $n=3$ فإن عدد الخلايا $2^3=8$ ومخطط كارنو هو

		b			
	$\bar{a}\bar{b}\bar{c}_0$	$\bar{a}\bar{b}c_1$	$\bar{a}bc_3$	$\bar{a}b\bar{c}_2$	
a	$a\bar{b}\bar{c}_4$	$a\bar{b}c_5$	abc_7	$ab\bar{c}_6$	
		c			

كل عدد من هذه الأعداد هو عدد أصغري وكل عدد أصغري يمثل خلية

ملاحظة : إن كل عدد نكتب في زاوية الخلية يعبر عن قيمة الخلية وكي نقوم بما يلي : نحول من النظام العشري إلى النظام الثنائي فمثلاً

من أجل $a\bar{b}\bar{c}$ تقابل $100 = 2^2\times1 + 2^1\times0 + 2^0\times0 = 2^2 = 4$

Scanned by CamScanner

$a\,b\,\bar{c} \xrightarrow{\text{تقابل}} 110 = 2^2\times 1 + 2^1\times 1 + 2^0\times 0 = 6$ ومن أجل

ونتابع بنفس الأسلوب.

من أجل أربع متحولات $n=4$ فإن عدد الخلايا هو $2^4 = 16$ ومخطط كارنو هو

$\bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}$ 0	$\bar{a}\bar{b}\bar{c}d$ 1	$\bar{a}\bar{b}cd$ 3	$\bar{a}\bar{b}c\bar{d}$ 2
$\bar{a}b\bar{c}\bar{d}$ 4	$\bar{a}b\bar{c}d$ 5	$\bar{a}bcd$ 7	$\bar{a}bc\bar{d}$ 6
$ab\bar{c}\bar{d}$ 12	$ab\bar{c}d$ 13	$abcd$ 15	$abc\bar{d}$ 14
$a\bar{b}\bar{c}\bar{d}$ 8	$a\bar{b}\bar{c}d$ 9	$a\bar{b}cd$ 11	$a\bar{b}c\bar{d}$ 10

c فوق العمود الثالث، b تحت الصفين الثاني والثالث، a تحت الصفين الثالث والرابع، d تحت العمود الثاني

$a\,\bar{b}\,c\,\bar{d} \xrightarrow{\text{تقابل}} 1010 = 2^3\times 1 + 2^2\times 0 + 2^1\times 1 + 2^0\times 0 = 10$

تمرين: أكتب العبارة البولينية المقابلة للشكل التالي؟

c فوق العمود الثالث، b تحت الصفين الثاني والثالث، a تحت الصفين الثالث والرابع، d تحت العمود الثاني

	1	1	
	1	1	

باقي الخلايا التي لم يوضع فيها 1 تأخذ القيمة صفر.

العبارة البولينية المطلوبة هي:

$$S(a,b,c,d) = \bar{a}\bar{b}\bar{c}d + \bar{a}bcd + ab\bar{c}d + abcd = b\cdot d$$

لأن

$\bar{a}b\bar{c}d + ab\bar{c}d = b\bar{c}d$?

$\bar{a}bcd + abcd = bcd$ $\Rightarrow b\bar{c}d + bcd = b\cdot d$

ومن أجل خمس متحولات $n=5$ فإن عدد الخلايا هو $2^5 = 32$ ومخطط كارنو هو

d فوق العمود الرابع، c تحت الصفين الثاني والثالث، b تحت الصفين الثالث والرابع، e تحت العمود الثاني، $\bar{a}$ تحت الصف الأول، a تحت الصف الثاني

0	1	3	2
4	5	7	6
12	13	15	14
8	9	11	10

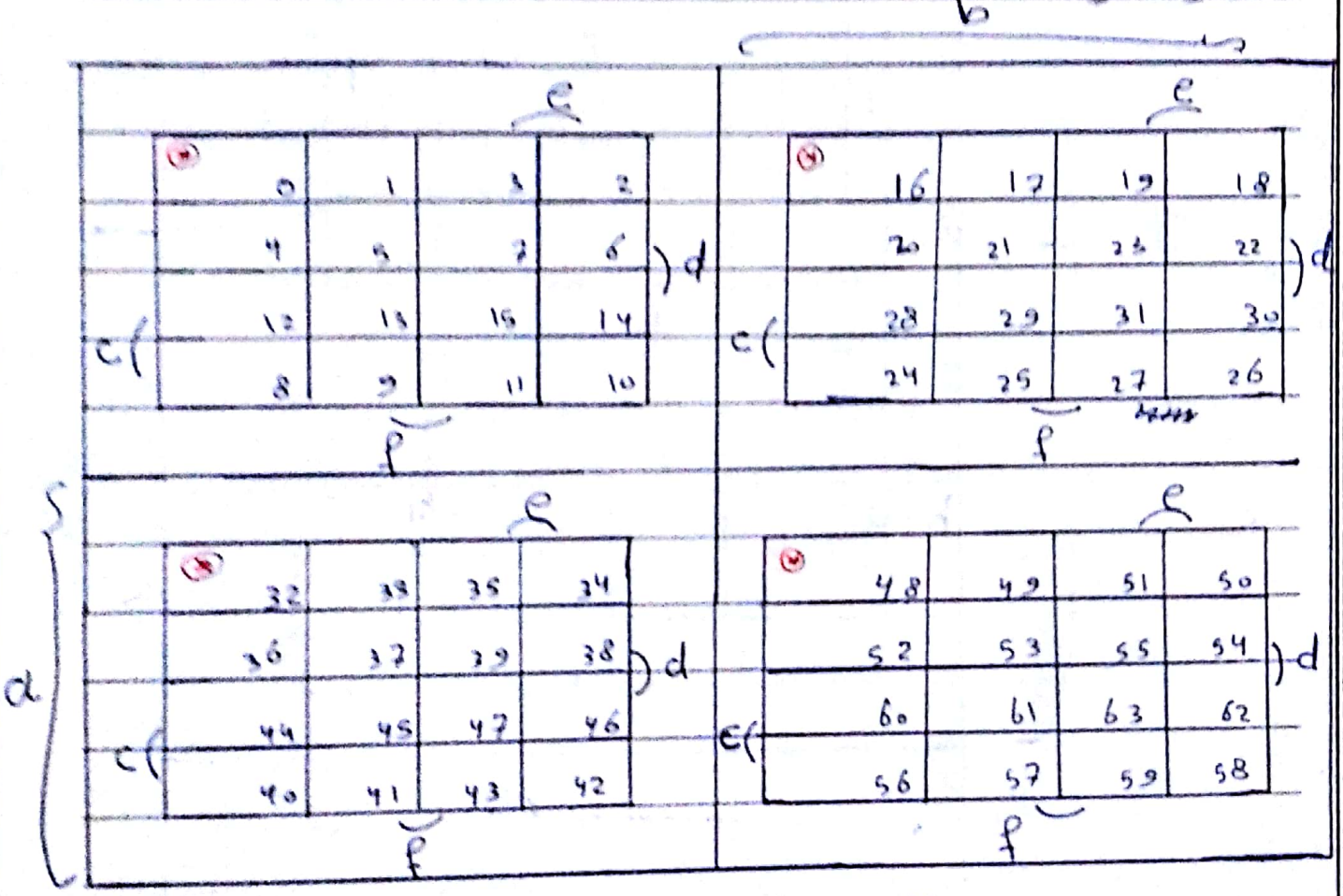
16	17	19	18
20	21	23	22
28	29	31	30
24	25	27	26

Scanned by CamScanner

a b c d e تقابل $2^4 \times 1 + 2^3 \times 0 + 2^2 \times 0 + 2^1 \times 0 + 2^0 \times 0 = 16$

a b c d e تقابل $11110 = 2^4 \times 1 + 2^3 \times 1 + 2^2 \times 1 + 2^1 \times 1 + 2^0 \times 0 = 30$

ومن أجل 6 متحولات $n = 6$ فإن عدد الخلايا هو $2^6 = 64$ ومخطط كارنو هو:



في الامتحان يجب تأكدي من الخلايا (*)

a b c d e f تقابل $000000 = 0$

a b c d e f تقابل $010000 = 2^4 \times 1 = 16$

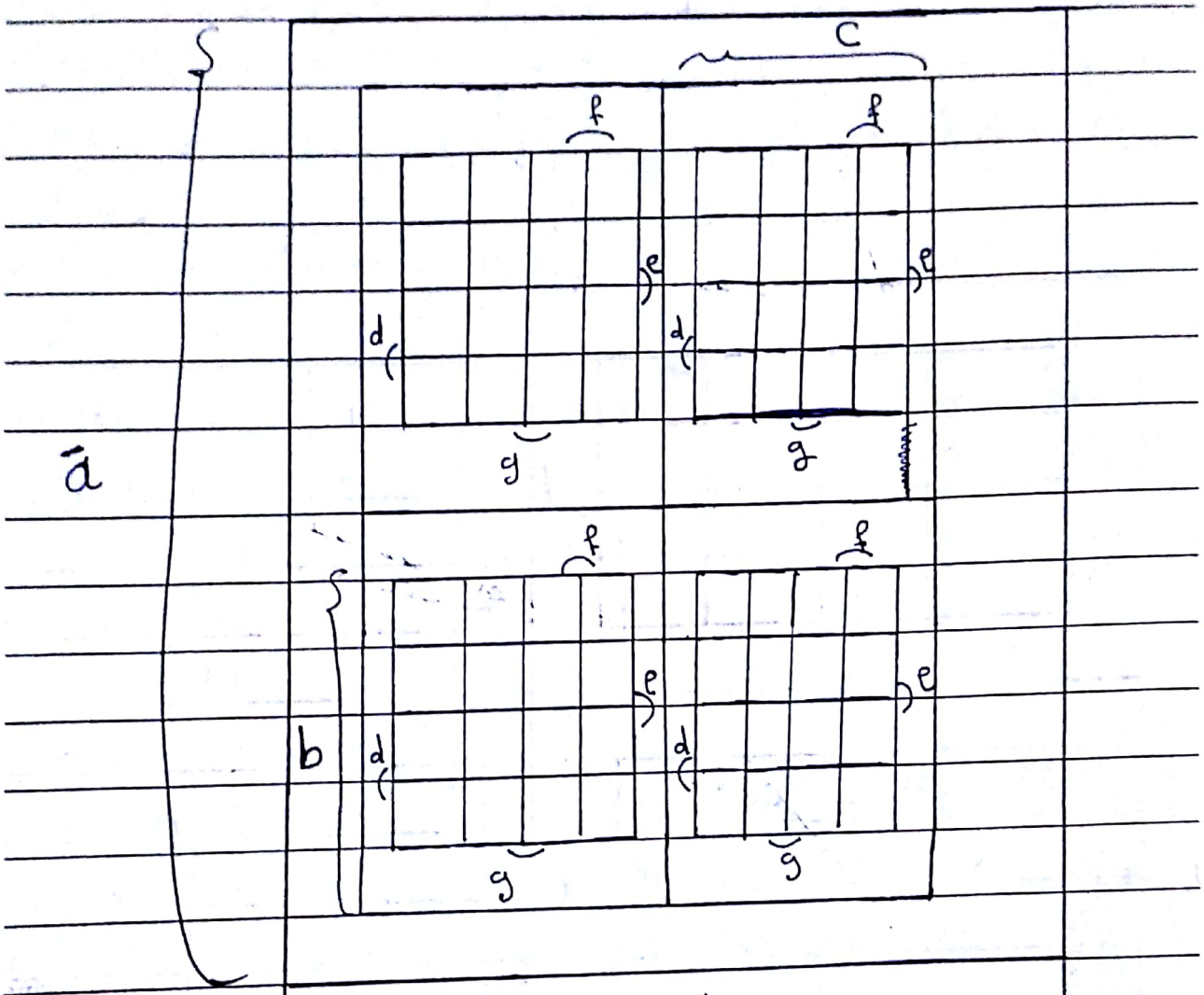
a b c d e f تقابل $100000 = 2^5 \times 1 = 32$

a b c d e f تقابل $110000 = 2^5 \times 1 + 2^4 \times 1 = 48$

ومن أجل 7 متحولات $n = 7$ فإن عدد الخلايا هو $2^7 = 128$

ومخطط كارنو هو:

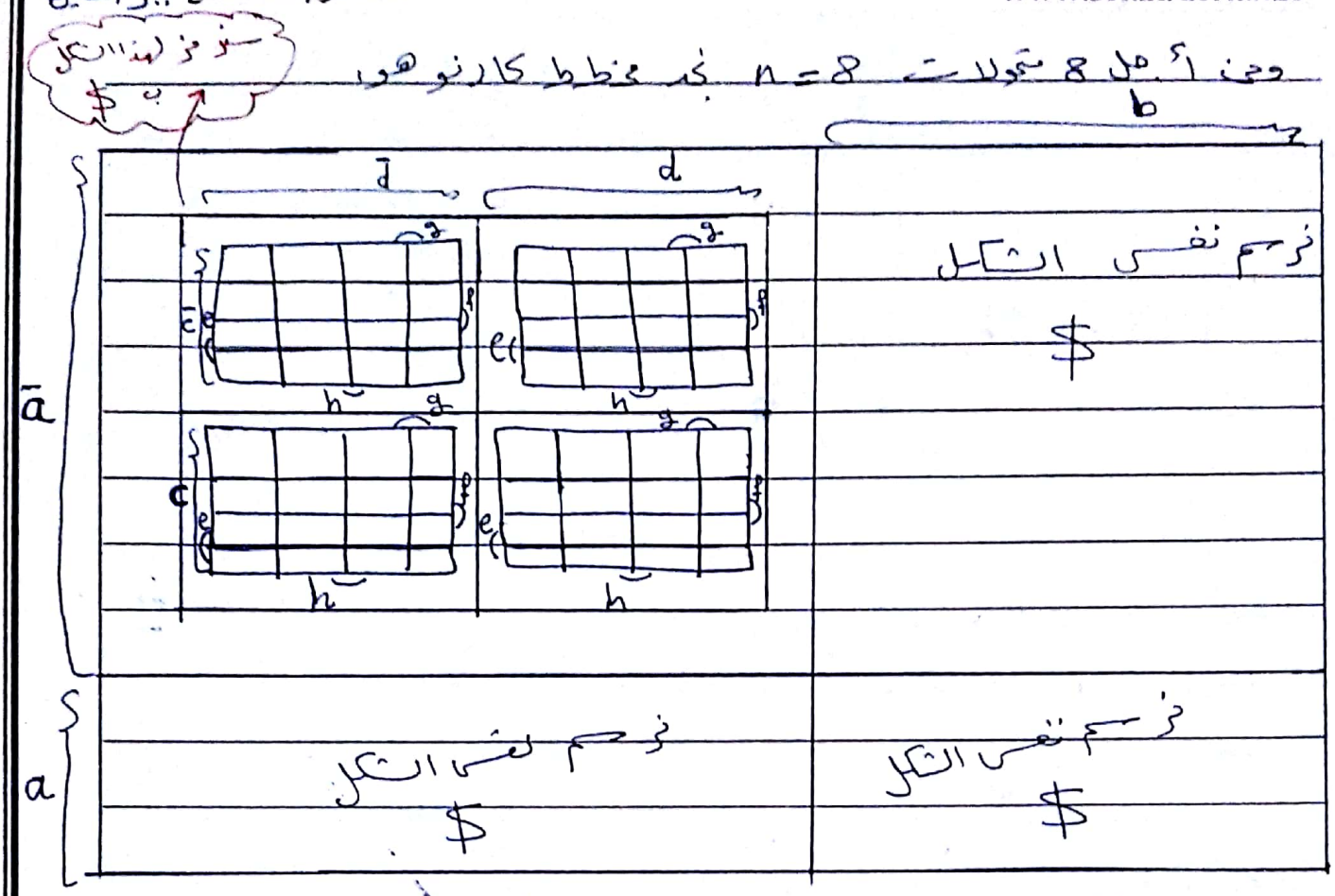
Scanned by CamScanner



في نفس الشكل العلوي نضاعف فنحصل على مخطط كارنو

Scanned by CamScanner

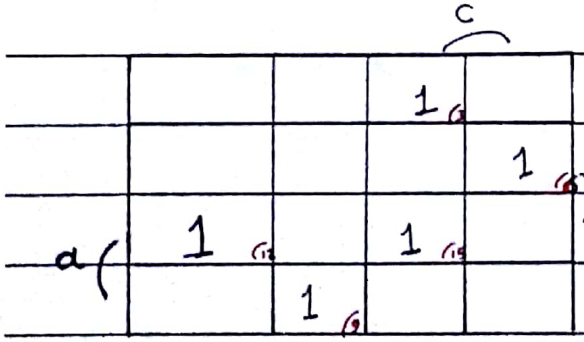
وهي أكمل 8 متحولات $n=8$ بنفس المخطط كارنو هو



الخلايا المتجاورة: نقول عن خليتان أنهما متجاورتان إذا اختلفتا بمتغير واحد فقط. مثال: abc متجاورتان أما abc غير متجاورتان $\bar{a}\bar{b}c$ و $\bar{a}bc$

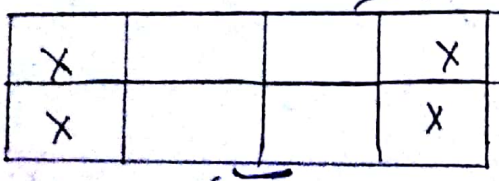
ملاحظة: جميع الخلايا المتجاورة يمكن ضمها بخلية واحدة أما الخلايا غير المتجاورة لا يمكن ضمها.

مثال: وصف هذه الآلة؟؟



نلاحظ أنها دالة بوليانية التي تقبل القيمة 1 على 3.

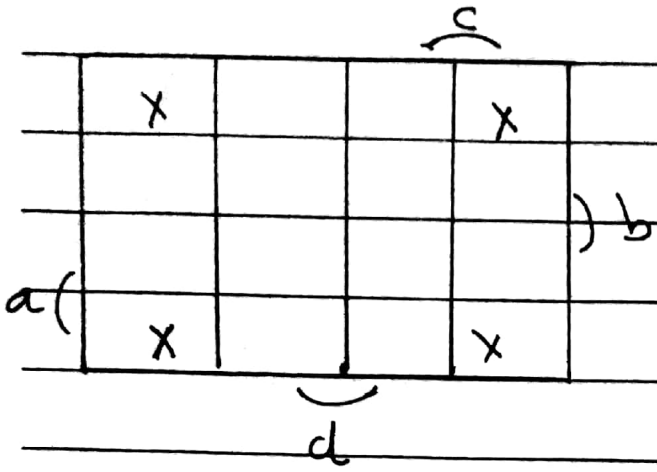
مثال: هل يمكن تشكيل مد يوصف الخلايا X ولي يوصف غيرهم؟؟



$$\bar{c} = (a+\bar{a})(b+\bar{b})\bar{c}$$
$$= ab\bar{c} + a\bar{b}\bar{c} + \bar{a}b\bar{c} + \bar{a}\bar{b}\bar{c}$$

Scanned by CamScanner

WWW.SYRIAMATH.NET



مثال: هل يمكن ضم الخلايا X ؟؟

نعم، بما أن جميع الخلايا X موجودة ب $\bar{d}\,\bar{b}$

انتهت المبرهنة