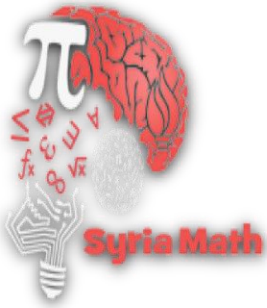

نظري

◄ دكتور المادة: أحمد يونسو

◄المحاضرة :التاسعة ◄ عنوان المحاضرة: التعريف الاحصائي للاحتمال

المستوى العلمي : أهلاً بكم أصدقائي سندرس في هذه المحاضرة :

١ـ التعريف الاحصائي للاحتمال و التعريف البديهي للاحتمال

٢ـ مبرهنات ونتائج

التعريف الإحصائي للاحتمال:

لدينا تجربة يمكن تكرارها عدد كبير جدا من نفس الشروط وليكن A حدثا متعلقا بهذه التجربة

لنرمز بـn لعدد مرات التكرار (تكرار التجربة) وبـ$n(A)$ لعدد مرات وقوع الحدث A خلال الـn تكرارا فيما لو افترضنا أن شروط التعريف التقليدي محققة فإن التكرار النسبي لوقوع الحدث A من رقم معين كلما زاد عدد مرات تكرار التجربة وهذا الرقم هو احتمال وقوع الحدث بالتعريف التقليدي ويعرف الاحتمال بالتعريف الاحصائي بالشكل:

$$P(A)=\lim_{n\to\infty}\frac{n(A)}{n}$$

خصائص:

١) $P(A)\geq 0$ لأن $n(A)\geq 0$
أي $0\leq\frac{n(A)}{n}\leq 1$

وبأخذ النهاية عند $n\to\infty$ نحصل على المطلوب

٢) $P(\Omega)=1$ لأن $P(\Omega)=\lim_{n\to\infty}\frac{n(\Omega)}{n}=1$

٣) A,B متنافيان $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$
لأن$n(A\cup B)=n(A)+n(B)$

$$P(A\cup B)=\lim_{n\to\infty}\frac{n(A\cup B)}{n}=\lim_{n\to\infty}\frac{n(A)+n(B)}{n}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{n(A)}{n}+\lim_{n\to\infty}\frac{n(B)}{n}=P(A)+P(B)$$

٤) $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

لأن $P(\bar{A}) = \lim_{n\to\infty} \frac{n(\bar{A})}{n} \Rightarrow n(\bar{A}) = n - n(A)$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{n - n(A)}{n} = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{n} - \lim_{n\to\infty} \frac{n(A)}{n} = 1 - P(A)$$

التعريف البديهي للاحتمال:

ليكن Ω فضاء الأحداث الابتدائية لتجربة ما و A جبرا تاما على Ω نسمي الدالة:

$$P : A \to R$$

دالة احتمال اذا تحققت الشروط التالية:

١) $\forall A \in A: P(A) \geq 0$
٢) $P(\Omega) = 1$
٣) من أجل أي متتالية $A_1, A_2, \ldots\ldots, A_n$ منتهية أو عدودة ومتنافية مثنى مثنى من عناصر A

$$P(\coprod_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

ملاحظة: مثنى مثنى تعني أي $(\forall i, j)$

$$A_i \cap A_j = \varphi$$

ندعو $P(A)$ قيمة الدالة P عند A ويسمى احتمال وقوع الحدث A

خصائص:

١) $P(\varphi) = 0$ لأن $\Omega = \Omega \cup \varphi$ بحسب 3

$$P(\Omega) = P(\Omega) + P(\varphi)$$
$$P(\varphi) = 0$$

٢) $\forall A \in A: P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

$$1 = P(\Omega) = P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2)$$

$$P(A_2) = 1 - P(A)$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Syria Math Team

٣) أيا كانت $A, B \in A$ بحيث $A \subseteq B$ فإن:

$$P(B-A) = P(B) - P(A)$$

لأن A , $B-A$ متنافيان و $B = (B-A)$ وبحسب البديهية الثالثة

$$P(B) = P[\,(B-A) \cup A\,] = P(B-A) + P(A)$$

$$P(B-A) = P(B) - P(A)$$

٤) أيا كان $A \in A$ بحيث $A \subseteq B$ فإن $P(A) \leq P(B)$

لأن $P(B) - P(A) = P(B-A) \geq 0$

$$P(A) \leq P(B) \Leftarrow P(B) - P(A) \geq 0$$

٥) $\forall A, B \in A$

$$P(B-A) = P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A-B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$A \cap B \subseteq A$$

$$A \cap B \subseteq B$$

$$A - B = A - (A \cap B)$$

$$B - A = B - (B \cap A)$$

٦) $\forall A \in A : 0 \leq P(A) \leq 1$

لأن $\varphi \subseteq A \subseteq \Omega$

يكون لدينا $0 = P(\varphi) \leq P(A) \leq P(\Omega) = 1$

مبرهنة :

$$\forall A, B \in A : P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

الاثبات: إن الحدثين A و $B - (A \cap B)$ ولدينا

$$A \cup [B - (A \cap B)] = A \cup B$$

$$P(A \cup B) = P[\,A \cup (B - (A \cap B)]$$

$$P(A) + P[\,B - (A \cap B)]$$

$P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ وهو المطلوب

انتهت المحاضرة

إعداد :إيمان عيد*راما خلبوصشسيق:محمد أنس القزاز

Syria Math Team