المحاضرة (السادسة)

◄ دكتور المادة: غصون الجيرودي

◄ عنوان المحاضرة: الحل الصحيح باستخدام طريقة السيمبلكس

نظري ■ / عملي □

## حساسية الحل :

كيف نستفيد من الحل السابق اذا تغيرت موارد المسألة :

$$\text{Max } 100x_1 + 80x_2$$
$$\text{s.t } 2x_1 + x_2 \le 6$$
$$6x_1 + 9x_2 \le 36$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

وصلنا للجدول النهائي :

| | $x_1$ | $x_2$ | $s_1$ | $s_2$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 1 | 0 | 3/4 | -1/2 | 1.5 |
| $x_2$ | 0 | 1 | -1/2 | 1/6 | 3 |
| [illegible] | 0 | 0 | -35 | -5 | -390 |

1) اذا أضفنا $d_1 m^2$ من الزجاج

المتحولات الاساسية
$$\begin{cases} x_1 = 1.5 + 3/4\, d_1 \ge 0 \\ x_2 = 3 - \frac{1}{2} d_1 \ge 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3 \ge \frac{1}{2} d_1 \Rightarrow d_1 \le 6$$

$$s_1 = s_2 = 0$$

هذا الحل مقبول في حال بقيت المتحولات الاساسية موجبة

2) اذا أضفنا $d_2 m^2$ من الخشب كيف سيصبح الحل وما هي الشروط الواجب تحققها ليبقى الحل مقبولاً؟

$$x_1 = 1.5 - \frac{1}{2} d_2 \ge 0 \quad , s_1 = s_2 = 0$$
$$x_2 = 3 + \frac{1}{6} d_2 \ge 0$$

3- إذا أضفنا $d_1 m^2$ من الزجاج و $d_2 m^2$ من الخشب

سيصبح الحل والشروط الواجب تحققها من الشكل التالي ليبقى الحل مقبول

$$x_1 = 1,5 + 3/4\, d_1 - \frac{1}{2} d_2 \geq 0$$

$$x_2 = 3 - \frac{1}{2} d_1 + 1/6\, d_2 \geq 0$$

$$S_1 = S_2 = 0$$

سؤال:

1- إذا أضفنا $\underset{d_1}{3} m^2$ من الزجاج كيف سيصبح الحل.

$$\left.\begin{array}{l} x_1 = 1,5 + 3/4\, d_1 \geq 0 \\ x_2 = 3 - 1/2\, d_1 \geq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1 = 1,5 + \frac{3}{4} \times 3 \\ x_2 = 3 - \frac{1}{2} \times 3 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 = \frac{15}{4} \\ x_2 = \frac{3}{2} \end{array}$$

$$S_1 = S_2 = 0$$

الحل مقبول كون المتحولات الأساسية موجبة

2- كيف سيصبح الحل في حال أضفنا $\underset{d_1}{10} m^2$ من الزجاج.

$$\left.\begin{array}{l} x_1 = 1,5 + \frac{3}{4} d_1 \geq 0 \\ x_2 = 3 - 1/2\, d_1 \geq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1 = 1,5 + \frac{3}{4} \times 10 \\ x_2 = 3 - \frac{1}{2} \times 10 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \Rightarrow x_1 = 9 \\ \Rightarrow x_2 = -2 \leq 0 \end{array}$$

بما أن الشرط غير محقق يجب إعادة حل مسألة السمبلكس من جديد

**الحل الصحيح باستخدام طريقة السمبلكس**

خطوات الحل:

1- نوجد الحل الحقيقي باستخدام السمبلكس

2- نوجد أكبر عدد غير صحيح في الجدول النهائي بطريقة السمبلكس في الطرف الثاني وليكن المتحول في السطر k

3- نضيف الشرط التالي للمسألة

$$\sum_{i=1}^{\text{عدد المتحولات}} h'_{ki} x_i \geq b'_k$$ ((الشرط غوموري))

$h'_{ki}$ السطر k في مصفوفة الأمثال في الطرف الأول — $b'_k$ الطرف الثاني في الجدول النهائي

حيث $h' = h - [h]$

و $[h]$ أكبر عدد صحيح أصغر او يساوي $h$

4- نتمم بالحل بطريقة السمبلكس من جديد بعد اضافة الشرط السابق:

تمرين 3

اوجد الحل الصحيح باستخدام طريقة السمبلكس

$$\text{Min } x_1 - x_2 - 3x_3$$

$$\text{st } 2x_1 - x_2 + x_3 \le 1$$

$$-4x_1 + 2x_2 - x_3 \le 2$$

$$3x_1 + x_3 \le 5$$

$$Z \ni x_1, x_2, x_3 \ge 0$$

الجدول النهائي لطريقة السمبلكس:

| المتحولات الاساسية | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $S_1$ | $S_2$ | $S_3$ | الطرف الثاني |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_3$ | 0 | 0 | 1 | 2 | 1 | 0 | 4 |
| $x_2$ | 0 | 1 | 0 | $-1/3$ | $1/3$ | $2/3$ | $11/3$ |
| $x_1$ | 1 | 0 | 0 | $-2/3$ | $-1/3$ | $1/3$ | $1/3$ |
| | 0 | 0 | 0 | $-10/3$ | $-11/3$ | $-1/3$ | $-46/3$ |

1) الحل الامثل الحقيقي هو

$x_1 = 1/3 \quad x_2 = 11/3 \quad x_3 = 4$

$S_1 = S_2 = S_3 = 0$

قيمة دالة الهدف هي $f = -\frac{46}{3}$

2) من الجدول النهائي اكبر عدد غير صحيح في الطرف الثاني هو $11/3$

وسطره هو $r = 2$

3) شرط غوموري هو $\sum_{i=1}^{6} h'_{2i} x_i \ge b'_2$

نوجد القيم التالية $h'_{21}, h'_{22}, h'_{23}, h'_{24}, h'_{25}, h'_{26}, b'_2$

$$h'_{21} = h_{21} - [h_{21}] = 0 - [0] = 0 - 0 = 0$$

$$h'_{22} = h_{22} - [h_{22}] = 1 - [1] = 1 - 1 = 0$$

$$h'_{23} = h_{23} - [h_{23}] = 0 - [0] = 0 - 0 = 0$$

لم نأخذ الصفر لأن 0 أكبر من $-\frac{1}{3}$ ونحن نريد أصغر منه

$$h'_{24} = h_{24} - [h_{24}] = -\frac{1}{3} - \left[-\frac{1}{3}\right] = -\frac{1}{3} - (-1) = +\frac{2}{3}$$

$$h'_{25} = h_{25} - [h_{25}] = \frac{1}{3} - \left[\frac{1}{3}\right] = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

$$h'_{26} = h_{26} - [h_{26}] = \frac{2}{3} - \left[\frac{2}{3}\right] = \frac{2}{3} - 0 = \frac{2}{3}$$

$$b'_2 = b_2 - [b_2] = \frac{11}{3} - \left[\frac{11}{3}\right] = \frac{11}{3} - 3 = \frac{2}{3}$$

* نكتب شرط غومري *

$$\sum_{i=1}^{t} h'_{ki}\, x_i \geq b'_k$$

$$0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + \frac{2}{3} S_1 + \frac{1}{3} S_2 + \frac{2}{3} S_3 \geq \frac{2}{3}$$

نحول للشكل القياسي (( مساواة )) بطرح $S_4$ وإضافة متحول اصطناعي $a_4$

$$\Rightarrow \quad \frac{2}{3} S_1 + \frac{1}{3} S_2 + \frac{2}{3} S_3 - S_4 + a_4 = \frac{2}{3}$$

نصحح دالة الهدف (( من الجدول النهائي )) :

$$f = 0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + \frac{10}{3} S_1 + \frac{11}{3} S_2 + \frac{1}{3} S_3 - \frac{46}{3} + a_4 M$$
$$- M\left(\frac{2}{3} S_1 + \frac{1}{3} S_2 + \frac{2}{3} S_3 - S_4 + a_4 - \frac{2}{3}\right)$$

$$f = -\left(\frac{2}{3} M - \frac{10}{3}\right) S_1 - \left(\frac{1}{3} M - \frac{11}{3}\right) S_2 - \left(\frac{2}{3} M - \frac{1}{3}\right) S_3 + M S_4 + \frac{2}{3} M - \frac{46}{3}$$

يصبح الجدول السيمبلكس :

| | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ | $s_4$ | $a_4$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_3$ | 0 | 0 | 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| $x_2$ | 0 | 1 | 0 | $-1/3$ | $1/3$ | $2/3$ | 0 | 0 | $11/3$ |
| $x_1$ | 1 | 0 | 0 | $-2/3$ | $-1/3$ | $1/3$ | 0 | 0 | $1/3$ |
| $a_4$ | 0 | 0 | 0 | $2/3$ | $1/3$ | $2/3$ | $-1$ | 1 | $2/3$ |
| سطر دالة الهدف | 0 | 0 | 0 | $\frac{2}{3}M-\frac{10}{3}$ | $\frac{M}{3}-\frac{1}{3}$ | $\frac{2M}{3}-\frac{1}{3}$ | $M$ | 0 | $\frac{2}{3}M-\frac{46}{3}$ |

"باتباع خطوات الحل حسب طريقة السيمبلكس نصل الى الحل الأمثل الصحيح"

$$x_1=0 \quad x_2=3 \,,\ x_3=4$$

$$f=-15$$

ملاحظة:

اذا أخطأنا بالحل بطريقة سيمبلكس ووصلنا الى الجدول النهائي وكان الحل الأمثل ليس صحيحاً نعيد الخطوات من جديد.

// قد نوهت الدكتورة انه في الامتحانات لا يأتي السؤال بإيجاد الحل الصحيح حيث يكون طويلاً إنما يأتي سؤال بسيط لتطبيق الخطوات بشكل أسهل أو قد يأتي إيجاد شرط غوموري نقوم فقط بكتابة شرط غوموري دون الحل الكامل //

انتهت المحاضرة