◄ دكتورة المادة: رشا بعاج

◄ المحاضرة: الثالثة عشر

◄ عنوان المحاضرة: الاستيفاء بكثيرات الحدود

المحتوى العلمي : نكمل معكم بحثنا الذي كان بعنوان "الاستيفاء بكثيرات الحدود"

الطريقة الأولى : طريقة لاغرانج

الطريقة الثانية : طريقة نيوتن

لنبدأ الآن :

الطريقة الثالثة (طريقة هرميت):

في طريقة نيوتن ولاغرانج كان لدينا $n+1$ نقطة تعطي حدودية من الدرجة n وفي طريقة هرميت سوف نقوم بتعديل الطريقة وأخذ $(x,y_0,y_0'),(x_1,y_1,y_1'),\dots,(x_n,y_n,y_n')$
أي سوف نأخذ نفس عدد النقاط $n+1$ ونعطي حدودية من الدرجة $2n+1$ عدد فردي.

وبطريقة أخرى يمكننا شرح ما سبق على أنه:

بفرض لدينا $[a,b]$ $x_0,x_1,x_2,\dots\dots,x_n\,; f\in$ أعداد مختلفة عندئذٍ فإن الحدودية الوحيدة التي درجتها أقل ما يمكن وتتفق مع f,f' بالنقاط $x_0,x_1,x_2,\dots\dots,x_n$ هي حدودية هرميت من الدرجة $2n+1$ لأن بطريقة نيوتن كان لدينا $n+1$ نقطة والحدودية أقل بدرجة أي تأخذ p_n فقط و $(n+1)$ لا تظهر حيث عندما كان $\underbrace{(x_0,y_0)}$

$\boxed{n+1}$

أما بطريقة هرميت يدخل المشتق $(\underbrace{x_0,y_0}, \underbrace{y_0`})$

$n+1$	$n+1$

نقوم بجمع $(n+1)+(n+1)=2n+2$ وبالتالي فإن $2n+2$ لا تظهر بالحدودية إنما يظهر أقل منها بدرجة وبالتالي ستكون درجة الحدودية $2n+1$ وتكون شكل الحدودية بعد الاستنتاج :

$$H_{2n+1}(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 + a_3(x - x_0)^2(x - x_1) + a_4(x - x_0)^2(x - x_1)^2 + \cdots + a_{2n+1}(x - x_0)^2(x - x_1)^2(x - x_2)^2 \ldots\ldots(x - x_{2n-1})$$

فكرة طريقة الحل من خلال الجدول (الجدول للفهم فقط)

x_i	$f(x_i)$	الفروق المقسومة الأولى	الفروق المقسومة الثانية
x_0	y_0		
	a_1	$\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{y - y_0}{x - x_0} = y_0^{`}$ a_2	
x_0	y_0		$\dfrac{\dfrac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} - y^{`}_0}{x_1 - x_0}$ a_3
		$\dfrac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$	
x_1	y_1		$\dfrac{y_1^{`} - \dfrac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}}{x_1 - x_0}$
		$\lim \dfrac{y - y_1}{x - x_1} = y_1^{`}$	
x_1	y_1		$\dfrac{\dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} - y_1'}{x_2 - x_1}$
		$\dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	
x_2	y_2		$\dfrac{y_2^{`} - \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}{x_2 - x_1}$
		$\lim \dfrac{y - y_2}{x - x_2} = y_2^{`}$	

ملاحظة: يجب أن تكون درجة حدودية p دائماً فردية $2n+1$

مثال: أوجد تقريباً لـ $f(0{,}434)$ باستخدام حدودية هرميت الموافقة للبيانات الواردة في الجدول الآتي :

k	x_k	$f(x_k)$	$f`(x_k)$
0	0.3	0.29552	0.95534
1	0.32	0,31457	0.94924
2	0.35	0.3429	0,93937

$$n = 2 \Rightarrow 2n + 1 = 5$$

i	x_i	$f(x_i)$	$f[x_i,x_{i+1}]$	$f[x_i,x_{i+1},x_{i+2}]$	$f[x_i,x_{i+1},x_{i+2},x_{i+3}]$		
0	0,3	0,29552					
			0,95534				
0	0,3	0,29552		$\frac{0{,}95250-0{,}95534}{0{,}32-0{,}3}$ $=-0{,}142$			
			$\frac{0{,}31457-0{,}29552}{0{,}32-0{,}3}$ $=0{,}95250$		$\frac{-0{,}163+0{,}142}{0{,}32-0{,}3}=-1{,}05$		
1	0,32	0,31457		$\frac{0{,}94924-0{,}95250}{0{,}32-0{,}3}$ $=-0{,}163$		$\frac{-0{,}01332+1{,}05}{0{,}35-0{,}3}$ $=20{,}7336$	
			0,94924		$\frac{-0{,}163666+0{,}163}{0{,}35-0{,}3}$ $=-0{,}01332$		$\frac{-0{,}84492-20{,}73}{0{,}35-0{,}3}$ $=-431{,}5704$

1	0,32	0,31457		$\frac{0,94433-0,94924}{0,35-0,32}$ $=-0,163666$		$\frac{-0,055566+0,01332}{0,35-0,3}$ $=-0,84492$	
			$\frac{034290-0,31457}{0,35-0,32}$ $=0,94433$		$\frac{-0,165333+0,163666}{0,35-0,32}$ $=-0,055566$		
2	0.35	0.34290		$\frac{0,93937-0,94433}{0,35-0,32}$ $=-0,165333$			
			0,93937				
2	0.35	0,34290					

$$H_5(x)=(0,29552)+(0,95534)(x-0,3)+(-0,142)(x-0,3)^2$$
$$+(-1,05)(x-0,3)^2(x-0,32)+(20,7336)(x-0,3)^2(x-0,32)^2$$
$$+(-431,5704)(x-0,3)^2(x-0,32)^2(x-0,35)$$

الخطأ الأعظمي المرتكب في طريقة هرميت:

١) نقاط متساوية البعد $p_{2n+2}(x)=\left[\frac{h^{n+1}}{4}n!\right]$

٢) نقاط غير متساوية البعد $p_{2n+2}(x)=(x-x_0)^2(x-x_1)^2\dots\dots(x-x_n)^2$

$$E_{max}=\left|\frac{p_{2n+2}}{(2n+2)!}\,f^{2n+2}(\theta)\right|$$

"انتهت المحاضرة"

إعداد: دعاء الرحيل & مرح غريب & ماريا عيد