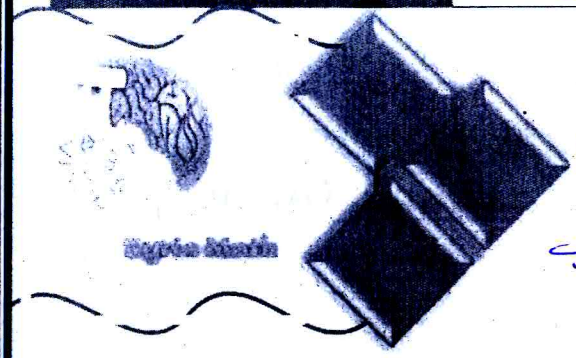


المحاضرة الرابعة عشر

◄ دكتور المادة: غصون الجيرودي

◄ عنوان المحاضرة: نظرية الألعاب

نظري ☑
عملي ☐

نظرية الألعاب
Game Theory...

تهتم بدراسة الاستراتيجيات التي قد يتخذ أو يعمل في ظل نظام أو منظومة ذات قواعد معينة تدعى الشركة.

تتعامل مع اتخاذ القرارات في ظل ظروف التنافس بين لاعبين أو أكثر.

تقسم المباراة الى نوعين:

1- مباراة ذات مجموع صفري: أي اذا كان مجموع الدخل لجميع اللاعبين يساوي الصفر أي ما يكسبه الأول يخسره الثاني ..

2- مباراة ذات مجموع غير صفري: أي اذا كان مجموع دخل اللاعبين لا يساوي الصفر

مكونات المباراة :

1- اللاعبون أو متخذ القرار، ويفترض أن يكون كل لاعب قادر على اتخاذ القرار.

2- القوانين أو الاجراءات التي تحكم قواعد المباراة

3- استراتيجيات كل لاعب والخطوة المتوقعة للاعب الثاني.

4- المعلومات المتاحة لكل لاعب وقت المباراة.

5- تقييم نتائج المباراة.

تكون صفوفة الدخل لمباراة بشخصين من الشكل :

اللاعب الأول \ اللاعب الثاني	1	2	.....	m استراتيجية
1	(A_{11}, B_{11})	(A_{12}, B_{12})	.....	(A_{1m}, B_{1m})
2	(A_{21}, B_{21})	(A_{22}, B_{22})	.....	(A_{2m}, B_{2m})
⋮	⋮	⋮	.....	⋮
n استراتيجية	(A_{n1}, B_{n1})	(A_{n2}, B_{n2})	.....	(A_{nm}, B_{nm})

حيث A_{ij} دخل اللاعب الأول (السطري)

B_{ij} دخل اللاعب الثاني (العمودي)

حالة خاصة: في حال المباراة بمجموع صفري تصبح صفوفة الدخل بالشكل التالي:

	1	2	.....	m
1	A_{11}	A_{12}	.....	A_{1m}
2	A_{21}	A_{22}	.....	A_{2m}
⋮	⋮	⋮	.....	⋮
n	A_{n1}	A_{n2}	.....	A_{nm}

حيث A_{ij} دخل اللاعب السطري

و $-A_{ij}$ دخل اللاعب العمودي

الاستراتيجية المسيطرة:

نقول عن استراتيجية i أنها مسيطرة إذا كانت تسيطر على جميع الاستراتيجيات

نقول عن استراتيجية i أنها مسيطرة على الاستراتيجية j إذا تحقق:

" لدى اللاعب الأول m استراتيجية متاحة واللاعب الثاني n استراتيجية متاحة للاعب الثاني، A_{ik} دخل اللاعب الأول إذا اختار الاستراتيجية i، وأيضاً اختار الاستراتيجية k " فإن: $A_{ik} \geq A_{jk}$

من أجل $k = 1, \ldots, n$

نقول إن مسيطرة تماماً إذا تحقق الشرط الأول و k واحدة تحقق:

$$A_{ik} > A_{jk}$$

وبالمثل بالنسبة للاعب العمودي....

الإستراتيجية المتوازنة: (متوازنة ناش) NE

هي الزوج من الإستراتيجيات (p^*, q^*) للاعب السطري والعمودي على الترتيب حيث: p^* أفضل استجابة لـ q^* ، q^* أفضل استجابة لـ p^*

أمثلة:

معضلة السجين: لتكن لدينا اللعبة التالية:

	اترك الشخص الآخر	البقاء صامتاً
البقاء صامتاً	(-1 سنوات, -1)	(-10 سنوات, 0)
اترك الشخص الثاني	(-10, 0)	(-5 أسبوع, -5)

الإستراتيجية المسيطرة بالنسبة للاعب العمودي:

إذا اختار اللاعب السطري البقاء صامتاً ⇐ اللاعب العمودي يختار اترك الشخص الآخر

إذا اختار اللاعب السطري اترك الشخص الآخر ⇐ اللاعب العمودي يختار اترك الشخص الآخر

بالتالي الإستراتيجية المسيطرة بالنسبة للاعب العمودي هي

" اترك الشخص الآخر "

الإستراتيجية المسيطرة بالنسبة للاعب السطري:

- إذا اختار اللاعب العمودي البقاء صامتاً ⇐ اللاعب السطري يختار اترك الشخص الآخر
- إذا اختار اللاعب العمود اترك الشخص الآخر ⇐ اللاعب السطري يختار اترك الشخص الآخر

بالتالي الإستراتيجية المسيطرة بالنسبة للاعب العمودي هي:

" اترك الشخص الآخر "

دراسة الاستراتيجية المتوازنة

① اذا اختار اللاعب السطري الاستراتيجية [1] فإن افضل استجابة للاعب العمودي هي الاستراتيجية [2]

اذا اختار اللاعب العمودي الاستراتيجية [2] فإن افضل استجابة للاعب السطري هي [2]

بالتالي فإن (2,1) ليست متوازنة ناش

② اذا اختار اللاعب السطري الاستراتيجية [2] فإن افضل استجابة للاعب العمودي هي الاستراتيجية [2]

اذا اختار اللاعب العمودي الاستراتيجية [2] فإن افضل استجابة للاعب السطري هي [2]

بالتالي فإن (2,2) هي متوازنة ناش

مثال آخر:

الحرب الباردة

	عدم تسليح	تسليح
عدم التسليح	(3,3)	(1,4)
تسليح	(4,1)	(2,2)

الاستراتيجية المسيطرة بالنسبة للاعب العمودي:

- اذا اختار اللاعب السطري عدم تسليح ⇐ الأفضل للاعب الثاني (العمودي) التسليح
- اذا اختار اللاعب السطري التسليح ⇐ الأفضل للاعب العمودي التسليح

بالتالي الاستراتيجية المسيطرة بالنسبة للاعب العمودي هي

"التسليح"

الاستراتيجية المسيطرة بالنسبة للاعب السطري:

- اذا اختار اللاعب العمودي عدم التسليح ⇐ الأفضل للاعب السطري التسليح

اذا اختار اللاعب العمودي التسليح ⇐ الأفضل للاعب السطري التسليح

بالتالي الاستراتيجية المسيطرة بالنسبة للاعب السطري هي

"التسليح"

دراسة الاستراتيجية المتوازنة :

① اذا اختار اللاعب الأول (السطري) الاستراتيجية 1 ⇐ الأفضل له يختار اللاعب العمودي استراتيجية 2
اذا اختار اللاعب العمودي الاستراتيجية 2 ⇐ الأفضل ان يختار اللاعب السطري استراتيجية 2
بالتالي (2,2) ليست متوازنة

② اذا اختار اللاعب السطري الاستراتيجية 2 ⇐ الأفضل ان يختار اللاعب العمودي الاستراتيجية 2
اذا اختار اللاعب العمودي الاستراتيجية 2 ⇐ الأفضل ان يختار اللاعب السطري الاستراتيجية 2
بالتالي (2,2) استراتيجية متوازنة

مثال 3 :

الحل :

	1- H صورة	2- T كتابة
H الصورة 1	(1,-1)	(-1,1)
T كتابة 2	(-1,1)	(1,-1)

هذه اللعبة هي لعبة ذات مجموع صفري ويمكننا استبدالها باللعبة :

	1	2
1	$A_{11} = 1$	$A_{12} = -1$
2	-1	1

اللاعب الاول (السطري) يربح المبلغ A_{ij} في اللعبة
اللاعب العمودي (الثاني) يربح المبلغ بشكل اللعبة معدومة بـ $-A_{ij}$ أي
"اي انه اللاعب العمودي يربح القيم في اللعبة معدومة بـ -1"

الاستراتيجية المسيطرة بالنسبة للاعب العمودي :

اختار اللاعب السطري الاستراتيجية 1 ⇐ الأفضل له يختار اللاعب العمودي الاستراتيجية 2
اختار اللاعب السطري الاستراتيجية 2 ⇐ الأفضل ان يختار اللاعب العمودي الاستراتيجية 1
"لا يوجد استراتيجية مسيطرة للاعب العمودي"

الاستراتيجية السيطرة بالنسبة للاعب السطري :

اذا اختار اللاعب العمودي الاستراتيجية 1 ⇐ الأفضل له يختار اللاعب السطري الاستراتيجية 1
اذا اختار اللاعب العمودي الاستراتيجية 2 ⇐ الأفضل له يختار اللاعب السطري الاستراتيجية 2
" لا يوجد استراتيجية مسيطرة بالنسبة للاعب السطري "

دراسة الاستراتيجيات المتوازنة :

1)

اذا اختار اللاعب السطري الاستراتيجية H ⇐ افضل استجابة للاعب العمودي هي الاستراتيجية T
اذا اختار اللاعب العمودي الاستراتيجية T ⇐ افضل استجابة للاعب السطري هي الاستراتيجية T
" الاستراتيجية (T, H) ليست متوازنة "

2)

اذا اختار اللاعب السطري الاستراتيجية T ⇐ افضل استجابة للاعب العمودي هي الاستراتيجية H
اذا اختار اللاعب العمودي الاستراتيجية H ⇐ افضل استجابة للاعب السطري هي الاستراتيجية H
" الاستراتيجية (H, T) ليست متوازنة "

لا يوجد استراتيجيات متوازنة .

مثال 4 :

	1	2
1	(5, 2)	(1, 1)
2	(0, 0)	(2, 3)

الاستراتيجية المسيطرة بالنسبة للاعب السطري :

اذا اختار اللاعب العمودي الاستراتيجية 1 ⇐ الأفضل ان يختار اللاعب السطري الاستراتيجية 1
اذا اختار اللاعب العمودي الاستراتيجية 2 ⇐ الأفضل ان يختار اللاعب السطري الاستراتيجية 2

" بالتالي لا يوجد استراتيجية مسيطرة للاعب السطري "

الاستراتيجية المسيطرة بالنسبة للاعب العمودي

اذا اختار اللاعب السطري الاستراتيجية 1 ، الافضل ان يختار اللاعب العمودي الاستراتيجية 1

اذا اختار اللاعب السطري الاستراتيجية 2 ، الافضل ان يختار اللاعب العمودي الاستراتيجية 2

" بالتالي لا يوجد استراتيجية مسيطرة للاعب العمودي "

دراسة الاستراتيجية المتوازنة :

1)

اذا اختار اللاعب السطري الاستراتيجية 1 ⇐ افضل استجابة للاعب العمودي الاستراتيجية 1

اذا اختار اللاعب العمودي الاستراتيجية 1 ⇐ افضل استجابة للاعب السطري الاستراتيجية 1

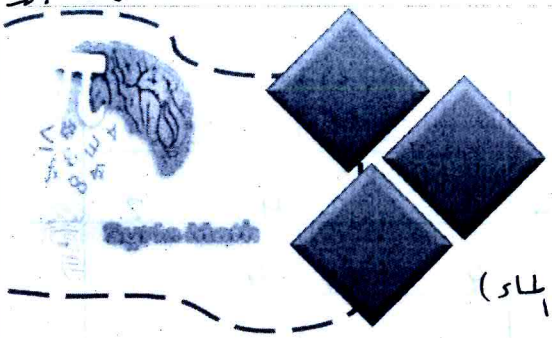
" الاستراتيجية (1,1) متوازنة "

2)

اذا اختار اللاعب السطري الاستراتيجية 2 ⇐ افضل استجابة للاعب العمودي الاستراتيجية 2

اذا اختار اللاعب العمودي الاستراتيجية 2 ⇐ افضل استجابة للاعب السطري الاستراتيجية 2

" الاستراتيجية (2,2) متوازنة "



المحاضرة الثالثة عشر

نظري ☑
عملي ☐

◄ دكتور المادة: غصون الجيرودي

◄ عنوان المحاضرة: البرامج الديناميكية
(مسألة ضخ الغاز واضافة الماء)

مسألة ضخ الغاز واضافة الماء

نحن نريد ضخ الغاز في البئر وضخ الماء ايضا ولكن ضخ الماء بشروط
- يجب ان تكون كمية الماء المستخرجة تملأ خزان مازوت الكمية الماء المفقودة
أي لا يجب علينا ضخ كمية ماء أكبر من الكمية اللازمة للخزان
- كمية الغاز المستخرجة b (مقدار ثابت)
- كمية الماء المسموح بها W (مقدار ثابت)
$q_t(a)$ = كمية النفط المستخرجة في البئر t حين a كمية الغاز المضخوخ.
$w_t(a)$ = كمية الماء المستخرجة في البئر t حين a كمية الغاز المضخوخ.

النموذج الديناميكي:

$V_T(x,y)$ = أكبر كمية نفط مستخرجة في الآبار من 1 الى T حين:
x كمية الغاز المتوفرة ، y كمية الماء المسموح بها.

$$V_T(x,y) = \max_{\substack{0\le a\le x \\ 0\le b=w_t(a)\le y}} \{q_T(a) + V_{T-1}(x-a, y-w_t(a))\}$$

الحالة الأبتدائية

$$V_1(x,y) = \max_{\substack{0\le a\le x \\ w_1(a)\le y}} [q_1(a)]$$

مثال:

ليكن لدينا 3 آبار نفط كمية الغاز المتوفرة هي 4 وحدات وكمية الماء المسموح بها هي 2 و $q_t(a)$, $w_t(a)$ معطاة بالجدول التالي:

q_t , w_t \ a	0		1		2		3		4	
q_1 w_1	0	0	2	1	3	2	4	2	4	2
q_2 w_2	0	0	1	1	3	1	4	1	4	1
q_3 w_3	0	0	2	1	3	1	4	1	5	2

المطلوب:

1) اكتب البرنامج الديناميكي

2) اوجد الاستراتيجية المثلى لتوزيع الماء المتاح على الآبار للاستفادة أكبر عائد ممكن.

المطلوب هو إيجاد $V_3(4,2)=?$

$$V_3(4,2)=\max_{\substack{0\le a\le 4\\ w_3(a)\le 2}}\{q_3(a)+V_2(4-a,2-w_3(a))\}$$

$$=\max\{\underbrace{q_3(0)+V_2(4,2)}_{a=0},\ \underbrace{q_3(1)+V_2(3,1)}_{a=1},\ \underbrace{q_3(2)+V_2(2,1)}_{a=2},\ \underbrace{q_3(3)+V_2(1,1)}_{a=3},\ \underbrace{q_3(4)+V_2(0,0)}_{a=4}\}$$

حيث $w_3(a)$ معطاة بالجدول: $w_3(0)=0$, $w_3(1)=w_3(2)=w_3(3)=1$

$w_3(4)=2$

و $q_3(a)$ معطاة بالجدول: $q_3(0)=0$, $q_3(1)=2$ $q_3(2)=3$

$q_3(3)=4$ $q_3(4)=5$

$$V_2(4,2)=\max_{\substack{0\le a\le 4\\ w_2(a)\le 2}}\{q_2(a)+V_1(4-a,2-w_2(a))\}$$

$$=\max\{q_2(0)+V_1(4,2),\ q_2(1)+V_1(3,1),\ q_2(2)+V_1(2,1),\ q_2(3)+V_1(1,1),\ q_2(4)+V_1(0,1)\}$$

حيث $V_1(0,1)$, $V_1(1,1)$, $V_1(2,1)$, $V_1(3,1)$, $V_1(4,2)$ تأخذ من الجدول

ولكن يجب الانتباه للعائلة

السطر الأول كاملاً هو معطيات الحالة بكيلو لحفظ وطاء مستوعبة من البئر الأول : المجاهيل بدقة بدءاً من أول سطر

$V_1(4,2)$ = عدد كيلو لحفظ مستوعبة من البئر الأول علماً أنه لدينا 4 وحدات غاز و 2 وحدة ماء

$V_1(4,2) = 4$

$V_1(3,1)$ = عدد كيلو لحفظ مستوعبة من البئر الأول علماً أنه لدينا 3 وحدات غاز و 1 وحدة ماء

لكن لهيئة $x=3$ عدد كيلو لغاز مستوعبة فإن عدد كيلو لماء المستوعبة بالمقابل لها في الجدول هي $w_1(3)=2$ ولكننا نريد استخراج 1 وحدة ماء أي أنه $w_1(a)=1$ بالتالي نأخذ القيمة $w_1(1)=1$

لأن

$$V_1(3,1) = \max_{\substack{0\le a\le 3 \\ w_1(a)\le 1}} \{q_1(a)\}$$

$$= \max\{q_1(0), q_1(1), q_1(2), q_1(3)\}$$

$w_1(3)=2 \not\le 1$ ممنوعة لأن ← $w_1(2)=2 \not\le 1$ ممنوعة لأن ↑ $w_1(a)\le 1$; $w_1(1)\le 1$; $w_1(0)\le 1$

$$= \max\{q_1(0)=0, q_1(1)=2\} = 2$$

$$\Rightarrow V_1(3,1) = 2$$

$V_1(2,1)$ = عدد كيلو لحفظ مستوعبة من البئر الأول علماً أنه لدينا 2 وحدة غاز، 1 (عدد كيلو) وحدة ماء مخزونة

بنفس الطريقة السابقة نجد

$$V_1(2,1) = 2$$

$V_1(1,1)$ = عدد كيلو لحفظ مستوعبة من البئر الأول علماً أنه لدينا 1 وحدة غاز، 1 كيلو (وحدة) ماء مخزونة

$$V_1(1,1) = 2$$

$V_1(0,0)$ تعني التقاء المستوى الأول على أنابيب وحدة غاز، وحدة ماء

$V_1(0,0)=0$

بالتعويض نجد:

$$V_2(4,2)=\text{Max}\{0+4,\ 1+2,\ 3+2,\ 4+2,\ 4+0\}$$

$$=\text{Max}\{4,3,5,6,4\}=6 \qquad a=3$$

هي أفضل تحيلة غاز مستوى.

$$V_2(3,1)=\underset{\substack{0\le a\le 3\\ w_2(a)\le 1}}{\text{Max}}\{q_2(0)+V_1(3-0,1-w_2(0)),$$

$$q_2(1)+V_1(3-1,1-w_2(1)),$$

$$q_2(2)+V_1(3-2,1-w_2(2)),$$

$$q_2(3)+V_1(3-3,1-w_2(3))\}$$

$$V_2(3,1)=\text{Max}\{0+V_1(3,1),\ 1+V_1(2,0),\ 3+V_1(1,0),\ 4+V_1(0,0)\}$$

$$=\text{Max}\{0+2,1+0,3+0,4+0\}=4 \qquad a=3$$

هي أفضل تحيلة غاز مستوى.

$$V_2(2,1)=\underset{\substack{0\le a\le 2\\ w_2(a)\le 1}}{\text{Max}}\{q_2(0)+V_1(2,1),\ q_2(1)+V_1(1,0),\ q_2(2)+V_1(0,0)\}$$

$$=\text{Max}\{0+2,1+0,3+0\}=3 \qquad a=2$$

أفضل تحيلة غاز مستوى هي 2

$$V_2(1,1)=\underset{\substack{0\le a\le 1\\ w_2(a)\le 1}}{\text{Max}}\{q_2(0)+V_1(1,1),\ q_2(1)+V_1(0,0)\}$$

$$=\text{Max}\{0+2,1+0\}=2 \qquad a=0$$

تحيلة الغاز المستوى هي 0

$$V_2(0,0)=\underset{\substack{a=0\\ w_2(a)\le 0}}{\text{Max}}\{0\}=0$$

لتوضيح $V_3(4,2)$

$$V_3(4,2) = \max_{\substack{0\le a\le 4 \\ w_3(a)\le 2}} \{0+V_2(4,2)\ ;\ 2+V_2(3,1)\ ,\ 3+V_2(2,1)+4+V_2(1,1)\ ,\ 5+V_2(0,0)\}$$

$$V_3(4,2) = \text{Max}\{0+6\ ,\ 2+4\ ,\ 3+3\ ,\ 4+2\ ,\ 5+0\} = 6$$

$\Leftarrow$ $\boxed{a=0}$ أو $\boxed{a=1}$ أو $\boxed{a=2}$ أو $\boxed{a=3}$

افضل تحيز غاز يمكن استراجع هي 0 أو 1 أو 2 أو 3

اي انه افضل تحيز فقط يمكن استراجع هم الغاز الملاحظة بوجود 4 وحدات غاز ووحدتين ماء هي 6 وحدات هم الغاز وهو الحل الأمثل

الاستراتيجية المثلى هي:

الاستراتيجية الأولى (اختيار 0 وحدة للبئر الثالث)

[1] وحدة غاز ، [1] وحدة ماء في البئر الأول .

[3] وحدة غاز ، [1] وحدة ماء في البئر الثاني .

[0] وحدة غاز ، [0] وحدة ماء في البئر الثالث .

شرح الاستراتيجية

نختار [0] وحدة غاز للبئر الثالث حيث نتاج $w_2(0)=0$ وحدة ماء

نلاحظ ان العنصر جاء من $V_2(4,2)$ نأخذ تحيز وهي $\boxed{a=3}$ وهي أفضل تحيز غاز مستخدمة وتتاج الى [1] وحدة ماء للبئر الثاني

يبقى [1] وحدة غاز للبئر الأول بعد ان استخدمنا [3]

و [1] وحدة ماء بعد استخدمنا [1]

الاستراتيجية الثانية الاختيار 1 وحدة غاز للبئر الثالث

[0] وحدة غاز [0] وحدة ماء في البئر الأول .

[3] وحدة غاز [1] وحدة ماء في البئر الثاني .

[1] وحدة غاز [1] وحدة ماء في البئر الثالث .

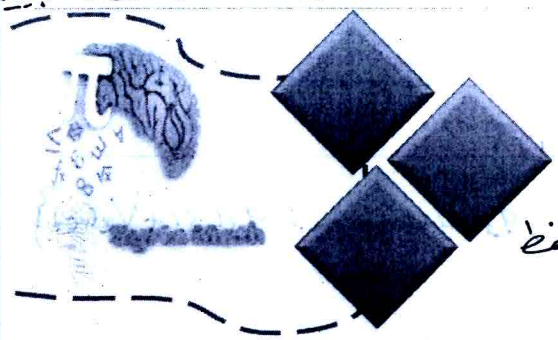
الاستراتيجية الثالثة ((اختيار 2 وحدة غاز للبئر الثالث)).

5	وحدة غاز	5	وحدة ماء في البئر الأول
2	وحدة غاز	1	وحدة ماء في البئر الثاني
2	وحدة غاز	1	وحدة ماء في البئر الثالث

الاستراتيجية الرابعة ((اختيار 3 وحدة غاز للبئر الثالث))

1	وحدة غاز	1	وحدة ماء في البئر الأول
5	وحدة غاز	5	وحدة ماء في البئر الثاني
3	وحدة غاز	1	وحدة ماء في البئر الثالث

انتهت المحاضرة



المحاضرة الثانية عشر

نظري ☑ عملي ☐

◄ دكتور المادة: غصون الجيرودي

◄ عنوان المحاضرة: ضخ الغاز على آبار النفط

مسألة ضخ الغاز على آبار النفط:

النموذج الديناميكي لتوزيع الغاز على الآبار وذلك لاستخراج أكبر كمية ممكنة من النفط حيث لدينا n بئر وكمية الغاز المتوفرة الكلية b.

ليكن:

$q_t(a)$ = كمية النفط المستخرجة من البئر t اذا كانت a كمية الغاز المخصصة فيه معطاة إما بجدول أو بتابع.

$V_t(x)$ = أكبر كمية نفط مستخرجة من t بئر حيث كمية الغاز المتوفرة في هذه المرحلة هي x سنعتبر الحالة الابتدائية هي البئر الأول.

$$V_t(x) = \max_{0 \le a \le x} \{ q_t(a) + V_{t-1}(x-a) \}$$

الحالة الابتدائية $V_1(x) = \max \{ q_1(a) \}$

المطلوب هو $V_n(b) = ?$

مثال: ليكن لدينا 3 آبار وكمية الغاز المتوفرة الكلية هي 3 وحدات وكمية النفط المستخرجة بناءً لكمية الغاز المخصص معطاة بالجدول

كمية الغاز المتوفرة a / الآبار	0	1	2	3
$q_1(a)$	0	3	4	5
$q_2(a)$	0	2	5	5
$q_3(a)$	0	3	5	6

اكتب النموذج الديناميكي ثم اوجد الحل الأمثل لتوزيع الغاز على الآبار لتحقيق أكبر كمية نفط مستخرجة في الآبار الثلاثة

المطلوب هو إيجاد: $V_3(3)=?$

$$V_3(3)=\underset{0\le a\le 3}{Max}\{q_3(a)+V_2(3-a)\}$$

$$V_3(3)=Max\{q_3(0)+V_2(3),\ q_3(1)+V_2(2),\ q_3(2)+V_2(1),\ q_3(3)+V_2(0)\}$$

الحالة الابتدائية: $V_1(x)=\underset{0\le a\le x}{Max}\{q_1(a)\}$

$$V_2(3)=\underset{0\le a\le 3}{Max}\{q_2(a)+V_1(3-a)\}$$

$$V_2(3)=Max\{q_2(0)+V_1(3),\ q_2(1)+V_1(2),\ q_2(2)+V_1(1),\ q_2(3)+V_1(0)\}$$

$$=Max\{0+5,\ 2+4,\ 5+3,\ 5+0\}=8 \qquad a=2$$

$$V_2(2)=\underset{0\le a\le 2}{Max}\{q_2(a)+V_1(2-a)\}$$

$$V_2(2)=Max\{q_2(0)+V_1(2),\ q_2(1)+V_1(1),\ q_2(2)+V_1(0)\}$$

$$=Max\{0+4,\ 2+3,\ 5+0\}=5 \qquad a=1 \text{ أو } a=2$$

$$V_2(1)=\underset{0\le a\le 1}{Max}\{q_2(a)+V_1(1-a)\}$$

$$=Max\{q_2(0)+V_1(1),\ q_2(1)+V_1(0)\}$$

$$=Max\{0+3,\ 2+0\}=3 \qquad a=0$$

$$V_2(0)=\underset{a=0}{Max}\{q_2(a)+V_1(0-a)\}=Max\{q_2(0)+V_1(0)\}$$

$$=0 \qquad a=0$$

لنعوض في $V_3(3)$:

$$V_3(3)=Max\{0+8,\ 3+5,\ 5+3,\ 6+0\}=8$$

$a=0$ أو $a=1$ أو $a=2$

وضنه الحل بالأمثل هو الحصول على 8 وحدات ضمن النقط حيث يوزع الغاز على الآبار بالشكل التالي: عندما $a=0$:

اما نستخدم 1 وحدة غاز في البئر الأول

نستخدم 2 وحدة غاز في البئر الثاني

نستخدم 5 وحدة غاز في البئر الثالث

نستخرج النقطة

لدينا في البداية ثلاث وحدات غاز ولدينا ثلاث حلول:

لو اخترنا الحل الأول أي $a=0$ اي للبئر الثالث نستخدم 5 وحدة غاز يبقى للبئر الثاني 3 وحدات غاز وهنا ناخذ قيمة القرار المقابلة في $V_2(3)$ التي هي 2 الموافقة لاستخدام 2 وحدة غاز وبالتالي يبقى 1 وحدة غاز للبئر الأول.

عندما $a=1$

نستخدم 1 وحدة غاز في البئر الأول او 5 وحدة غاز في البئر الأول

نستخدم 1 وحدة غاز في البئر الثاني او 2 وحدة غاز في البئر الثاني

نستخدم 1 وحدة غاز في البئر الثالث او 1 وحدة غاز في البئر الثالث

نستخرج النقطة:

لو اخترنا الحل الثاني وهو 1 وحدة غاز للبئر الثالث، يبقى لدينا 2 وحدة غاز للبئر الثاني وهنا ناخذ قيمة القرار المقابلة في $V_2(2)$ وهي اما 1 او 2

اذا اخترنا 1 وحدة للبئر الثاني يبقى 1 وحدة للبئر الأول

اذا اخترنا 2 وحدة للبئر الثاني يبقى 0 وحدة للبئر الأول

عندما $a=2$

استخدام 1 وحدة غاز في البئر الأول

استخدام 0 وحدة غاز في البئر الثاني

استخدام 2 وحدة غاز في البئر الثالث

مسترجع العشرة

لو اشترينا [2] وحدة غاز للبيت الثالث وبالتالي يبقى لدينا 1 وحدة غاز للبيت الثاني ، نأخذ حتمية العزم المتعلقة بـ $V_4(1)$ وهي [0] ومنه يبقى [1] وحدة غاز للبيت الاول

ملاحظة

من الممكن اجراء السؤال دون الجدول بعلاقة من الشكل

$$q_T(a) = \text{Sinl}\,[a^2 + 7a] \times a^2 + e^{at}$$

نعوض بالشكل التالي

$q_1(0)$	$q_1(1)$	$q_1(2)$	$q_1(3)$
$q_2(0)$	$q_2(1)$	$q_2(2)$	$q_2(3)$
$q_3(0)$	$q_3(1)$	$q_3(2)$	$q_3(3)$

انتهت المحاضرة