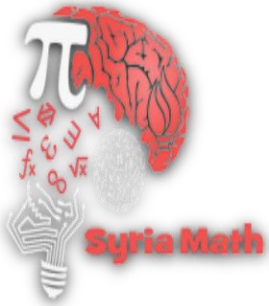

◄ دكتور المادة: علي القبوي

◄ المحاضرة: الثانية عشر ◄ عنوان المحاضرة: تمارين

المستوى العلمي : أهلاً بكم أصدقائي سندرس في هذه المحاضرة :

١-تمارين تطبيقية

تمرين (١): يمكن لمؤشر دار جونز في بورصة نيويورك أن يزداد أو ينخفض ، باحتمال (0.50) في يومياً ، فخلال أربعة أيام عين احتمال أن يزداد مرة على الأقل علماً أن الزيادة والنقصان هي أحداث مستقلة .

الحل

نفرض أن E_i الزيادة في اليوم i ، حيث أن $i = 1,2,3,4$

الحدث المطلوب هو $\cup_{i=1}^{4} E_i$

ومنه : $P(\cup_{i=1}^{4} E_i) = 1 - P(\cup_{i=1}^{4} E_i)'$

$= 1 - P(\cap_{i=1}^{4} E_i)'$ ⇐ حسب دومورغان

$= 1 - \prod_{i=1}^{4} P(E_i')$ ⇐ الأحداث مستقلة

$= 1 - (0,50)^4 = 0,938$

وهو احتمال أن يزداد مرة على الأقل خلال أربعة أيام .

تمرين (٢): إذا كان احتمال أن يصيب A الهدف 0.25 واحتمال أن يصيب B الهدف 0.40 فإذا صوب كل من A و B نحو الهدف مرو واحدة ، والمطلوب عين احتمال :

- إصابة هدف .
- عدم إصابة الهدف .
- إصابة الهدف من واحد فقط .

Syria Math Team

الحل

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A).P(B)$
$= 0.25 + 0.40 - (0.25)(0.40) = 0.65 - 0.10 = 0.55$
- $P(A' \cap B') = P(A').P(B') = (0.75)(0.60) = 0.45 = 1 - P(A \cup B)$
- $P[(A \cap B') \cup (A' \cap B)] = ?$ ولكونهما حدثان متنافيان :

$$P[(A \cap B') \cup (A' \cap B)] = P(A).P(B') + P(A').P(B)$$
$$= (0.25)(0.60) + (0.75)(0.40) = 0.15 + 0.3 = 0.45$$

تمرين (٣): في مجتمع من البالغين بلغ نسبة الإصابة بمرض السكري 0.08 واحتمال أن يقرر طبيب معين: - إصابة شخص بهذا المرض علماً أنه مريض بالفعل 0.95 ، واحتمال أن يقرر إصابته علماً أنه غير
مصاب بهذا المرض هو 0.02 ما احتمال أن يكون شخص بالغ مريضاً بالسكري علماً أن الطبيب بلغه ذلك؟؟

الحل

نفرض B الحدث الدال على أن الشخص مصاب بمرض سكري ، فيكون B' الحدث الدال على عدم إصابته بالسكري $\Rightarrow P(B) = 0.08$

$$\Rightarrow P(B') = 1 - P(B) = 1 - 0.08 = 0.92$$

ويكون A حدث دال على أن الطبيب شَخَصَ الإصابة بالمرض فيكون:

$$P_B(A) = 0.95 \qquad P_{B'}(A) = 0.02$$

احتمال أنه مصاب بالمرض علماً أن الطبيب شَخَصَ ذلك

حسب قاعدة الاحتمال المركب : $P(A) = P(B).P_B(A) + P(B').P_{B'}(A)$ حيث :

أن الحدثين B, B' يشكلان تجزئة ل Ω الحدث الدال على الإصابة أو عدم الإصابة بمرض

$$\Rightarrow P(A) = (0.08)(0.05) + (0.92)(0.02) = 0.0944$$

حسب دستور بايز فإنَّ الاحتمال :

$$P_A(B) = \frac{P(B).P_B(A)}{P(A)} = \frac{(0.08)(0.95)}{0.0944} = \frac{0.076}{0.0944} = 0.81$$

تمرين (٤): إذا كان احتمال أن يصيب ثلاثة رجال هدف هو على الترتيب :

الرجل الأول $\frac{1}{6}$ ، الرجل الثاني $\frac{1}{4}$ ، الرجل الثالث $\frac{1}{3}$

فإذا أطلق كل منهم على الهدف مرة واحدة فالمطلوب :

١) عين احتمال أن يصيب الهدف رجل واحد فقط بينهم.
٢) إذا أصاب الهدف رجل واحد ، فعين احتمال أن يكون الرجل الأول هو الذي أصاب الهدف.

الحل

(١) ليكن A الحدث الدال على أن الرجل الأول هو الذي أصاب الهدف فيكون : $P(A) = \frac{1}{6}$.

وليكن B الحدث الدال على أن الرجل الأول هو الذي أصاب الهدف فيكون : $P(B) = \frac{1}{4}$.

وليكن C الحدث الدال على أن الرجل الأول هو الذي أصاب الهدف فيكون : $P(C) = \frac{1}{3}$.

$$\mathrm{P}(A \cap B' \cap C') \cup (A' \cap B \cap C') \cup (A' \cap B' \cap C)$$

$= P(A).P(B').P(C') + P(A').P(B).P(C') + P(A').P(B').P(C).$ بسبب الإستقلال

$$= \frac{1}{6}.\frac{3}{4}.\frac{2}{3} + \frac{5}{6}.\frac{1}{4}.\frac{2}{3} + \frac{5}{6}.\frac{3}{4}.\frac{1}{3} = \frac{6}{31} = 0{,}43$$

(٢)بفرض E الحدث الدال على إصابة الهدف من قبل رجل واحد فقط فيكون : $\mathrm{P(E)} = 0{,}43$

والاحتمال المطلوب $\mathrm{P}_E(A) = \frac{P(A \cap E)}{\mathrm{P(E)}} = \frac{P(A \cap B' \cap C')}{\mathrm{P(E)}}$

$$= \frac{P(A).P(B').P(C')}{\mathrm{P(E)}} = \frac{\frac{1}{6}.\frac{3}{4}.\frac{2}{3}}{0{,}43} = \frac{6}{31} = 0{,}193$$

تمرين (٥): صنعت قطعة نقود بحيث يكون $\mathrm{P(T)} = \frac{1}{3}$ ، $\mathrm{P(H)} = \frac{2}{3}$

Syria Math Team

القيت هذه القطعة مرة واحدة ونختار بعد ذلك عدداً عشوائياً من 9, … ,1 إذا ظهرت صورة ،

ونختار عدداً عشوائياً من 5 … ,1 إذا ظهرت كتابة ، عين احتمال أن يكون العدد المختار زوجياً .

الحل

ليكن A الحدث الدال على اختيار عدد زوجي.

وليكن E_1 الحدث الدال على اختيار عدد زوجي من 9, … ,1 .

وليكن E_2 الحدث الدال على اختيار عدد زوجي من 5 … ,1 .

الحدث المطلوب $A = \underbrace{(H \cap E_1)}_{\text{الحدث الدال على الصورة}} \cup \underbrace{(T \cap E_2)}_{\text{الحدث الدال على الكتابة}}$

$$\Rightarrow P(A) = P(H).P(E_1) + P(T).P(E_2) \quad \text{بسبب تنافي الاستقلال}$$

$$= \frac{2}{3}.\frac{4}{9} + \frac{1}{3}.\frac{2}{5} = 0{,}429$$

انتهت المحاضرة

إعداد: خديجة الرفاعي – ولاء المبخر – في حبشية

Syria Math Team