

المحاضرة
الخامسة عشر



دكتور المادة: علون الجبوري

عنوان المحاضرة: الاستراتيجيات لبرنة
في نظرية الألعاب

نظري
 عملي

تعريف

اريد الاستراتيجيات المسيطرة والمتوازنة ان وجدت:

	1	2	3	4	5
1	(2, 9)	(4, 2)	(3, 1)	(5, 0)	(7, 7)
2	(3, 4)	(9, 3)	(6, 1)	(8, 0)	(5, 2)
3	(0, 7)	(1, 1)	(0, 4)	(0, 8)	(3, 1)
4	(6, 5)	(3, 6)	(2, 4)	(1, 3)	(8, 8)
5	(1, 8)	(2, 7)	(5, 5)	(9, 2)	(4, 4)

من الصعب معرفة الاستراتيجيات المسيطرة والاستراتيجيات المتوازنة، لا مفضل ان نذكر عدد الاستراتيجيات.

نذكر الاستراتيجيات الاسوأ التي لله يختارها اللاعب.

" نلاحظ من استراتيجيات اللاعب السطري والاستراتيجية [3] هي الاسوأ لذلك حذف السطر كامل "

" لاحظ من استراتيجيات اللاعب العمودي الاستراتيجية [3] هي الاسوأ "

مقارنة مع الاستراتيجية [1] ، حذف الاستراتيجية [3] "

" حذف الاستراتيجية [4] للاعب العمودي لأنه سيضطر على من قبل الاستراتيجية [2] "

" حذف الاستراتيجية [5] للاعب السطري لأن سيضطر على من قبل الاستراتيجية [2] "

(قد تم بالنظر لذلك بعد حذف الاسطر والاعمدة السابقة)

بعد الافتتاحات كهي مرفقة، ادرها بالشكل :

	1	2	5
1	(2, 9)	(4, 2)	(7, 7)
2	(3, 4)	(9, 3)	(5, 2)
4	(6, 5)	(3, 6)	(8, 8)

الاستراتيجيات المسيطرة :
بالنسبة للاعب السطري :

- اذا اختار اللاعب العمودي الاستراتيجية 1 \Leftrightarrow افضل استجابة للاعب السطري هي 4
 - اذا اختار اللاعب العمودي الاستراتيجية 2 \Leftrightarrow افضل استجابة للاعب السطري هي 2
 - اذا اختار اللاعب العمودي الاستراتيجية 5 \Leftrightarrow افضل استجابة للاعب السطري هي 4
- " بالتالي لا يوجد استراتيجية مسيطرة للاعب السطري "

بالنسبة للاعب العمودي :

- اذا اختار اللاعب السطري الاستراتيجية 1 \Leftrightarrow افضل استجابة للاعب العمودي هي الاستراتيجية 1
 - اذا اختار اللاعب السطري الاستراتيجية 2 \Leftrightarrow افضل استجابة للاعب العمودي هي الاستراتيجية 1
 - اذا اختار اللاعب السطري الاستراتيجية 4 \Leftrightarrow افضل استجابة للاعب العمودي هي الاستراتيجية 5
- " بالتالي لا يوجد استراتيجية مسيطرة للاعب العمودي "

الاستراتيجيات المتوازنة :

- اذا اختار اللاعب السطري الاستراتيجية 1 \Leftrightarrow افضل استجابة للاعب العمودي هي الاستراتيجية 1
 - اذا اختار اللاعب العمودي الاستراتيجية 1 \Leftrightarrow افضل استجابة للاعب السطري هي الاستراتيجية 4
- " ليست متوازنة "

- اذا اختار اللاعب السطري الاستراتيجية 2 \Leftrightarrow افضل استجابة للاعب العمودي هي الاستراتيجية 1
 - اذا اختار اللاعب العمودي الاستراتيجية 1 \Leftrightarrow افضل استجابة للاعب السطري هي الاستراتيجية 4
- " ليست متوازنة "

- اذا اختار اللاعب السطري الاستراتيجية 4 \Leftrightarrow افضل استجابة للاعب العمودي هي الاستراتيجية 5
 - اذا اختار اللاعب العمودي الاستراتيجية 5 \Leftrightarrow افضل استجابة للاعب السطري هي الاستراتيجية 4
- " متوازنة "

عبارة شطرنج ذات مجموع صفري؛

إذا كان مجموع الدخل لجميع اللاعبين يساوي الصفر (أي يساوي اللاعب الأول خيسه للاعب الثاني)

الاستراتيجية الصرفة؛

هو معيار اختيار أفضل الأسوأ من دخل اللاعبين.

- يقوم اللاعب الطرفي باختيار أقل دخل له من كل سطر \Leftarrow ثم يقوم باختيار أكبر قيمة

من القيم السابقة أي يلعب استراتيجية $Max\ Min$

- يقوم اللاعب العمودي باختيار أكبر دخل في كل عمود \Leftarrow ثم يقوم باختيار أصغر

قيمة من القيم السابقة أي يلعب استراتيجية $Min\ Max$

((اللاعب الطرفي يوجد Min في كل سطر ثم يوجد Max تلك القيمة))

((اللاعب العمودي يوجد Max لكل عمود ثم يوجد Min تلك القيمة))

مثال

إذا كانت مصفوفة الدخل بالشكل التالي

	1	2
1	5	7
2	4	6

أوجد الاستراتيجية الصرفة

إن العبارة هي عبارة شطرنج ذات مجموع صفري، القيمة الظاهرة هي

حاراه اللاعب الطرفي، كما قيم اللاعب العمودي هي القيمة السابقة له وهو د ا -

بالنسبة للاعب الطرفي الاستراتيجية الصرفة هي $Max\ Min$ ؛

$$Max\ Min = Max \{ Min(5, 7), Min(4, 6) \}$$

$$= Max \{ 5, 4 \} = 5$$

بالنسبة للاعب العمودي الاستراتيجية الصرفة هي $Min\ Max$

$$Min\ Max = Min \{ Max(5, 4), Max(7, 6) \}$$

$$= Min \{ 5, 7 \} = 5$$

النتيجة: إن يتنازل اللاعب الطرفي السطر الأول، ويختار أن يلعب 5 على الأقل

ويتنازل اللاعب العمودي العمود الأول، ويختار أن يلعب 5 على الأكثر

	1	2
1	5	7
2	4	6

لرخ استراتيجية الصفرة للاعب السطري بشكل دائري -○-

لرخ استراتيجية الصفرة للاعب العمودي بشكل مربع -□-

بالملحوظة:

الاستراتيجية الصفرة للاعب الصفري انطبقت على استراتيجية الصفرة للاعب العمودي
في هذه الحالة هنا متوازلة ناسته ويكون لدينا نقطة توازن هي نقطة الانصاف

ملحوظة 2

اذا كان لدينا عبارة مجموع غير صفري نوجد Max Min لكل من اللاعبين

السطري والعمودي ، على خلاف العبارة مجموع صفري

في المثال السابق اذا كانت المصفوفة بالشكل :

	1	2
1	(5, -5)	(7, -7)
2	(4, -4)	(6, -6)

الاستراتيجية الصفرة للاعب السطري هي

$$MaxMin = Max \{ Min(5, 7), Min(4, 6) \} = Max \{ 5, 4 \} = 5$$

اي انه يتنا - السطر الاول ويخت ان يربح 5 على الاقل

الاستراتيجية الصفرة للاعب العمودي هي

$$MaxMin = Max \{ Min(-5, -4), Min(-7, -6) \} = Max \{ -5, -7 \} = -5$$

انه يتنا ، اللاعب العمودي اول ويخت ان يخسر 5 على الأكثر

مثال على عبارة مجموع صفري

او صيغة استراتيجية الصفرة للعبارة التالية :

	1	2
1	5	-7
2	-8	1

لاعب السطري :

$$MaxMin = Max \{ Min(5, -7), Min(-8, 1) \} = Max \{ -7, -8 \} = -7$$

لاعب العمودي ، اما تقرب الرطل ب (-1) ، و ب Max Min او صورا من المصفوفة

السابقة نوجد Min Max :

$$MinMax = Min \{ Max(5, -8), Max(-7, 1) \} = Min \{ 5, 1 \} = 1$$

ان خيار اللاعب الخطي المظهر الاول ويصنف انه خسر 7 على الاكثر.
 ان خيار اللاعب العمودي العمود الثاني ويصنفه ان خسر ا على الاكثر.
 الاستراتيجية الهرة في موازنة " لا يوجد نقطة توازن " لان الاستراتيجية
 الهرة للاعب الخطي لم تنطبق على الاستراتيجية الهرة للاعب العمودي

في المثالين السابقين القيس على انهم يفيد في حال الاستراتيجية المختارة
 هي الاستراتيجية الهرة.

في المثال الاول لا يفيد لوجود نقطة توازن.
 في المثال الثاني يفيد لانه لا يوجد نقطة توازن.

انتهت المحاضرة

المدارس
السابعة عشر



<input checked="" type="checkbox"/>	نظري
<input type="checkbox"/>	عملي

◀ ككتور الملائة: عضون الجبرودي

◀ عنوان المحاضرة: الاستراتيجيات المختلفة

ومفاهيم افضل استجابة

صبارة ذات المجموع الصفري :

الاستراتيجية المختلفة :

لنتكلم عن الاستراتيجية المختلفة فيما حال كان لدينا طرفين وعا صوريه

اي استراتيجية لكل لاعب

- اذا كان للاعب السطري m خيار ، لكي P_i احتمال اختياره الاستراتيجية i

$$\sum_{i=1}^m P_i = 1 \quad \text{و} \quad 0 \leq P_i \leq 1$$

- اذا كان للاعب العمودي n خيار ، لكي q_j احتمال اختياره الاستراتيجية j

$$\sum_{j=1}^n q_j = 1 \quad \text{و} \quad 0 \leq q_j \leq 1$$

ملاحظة: بما اننا بصبارة ذات مجموع صفري فان ما مستكلم به عن اللاعب السطري

سيظهر عكسه على اللاعب العمودي

لكن P احتمال اختيار اللاعب السطري السطر الاول

لكي q احتمال اختيار اللاعب العمودي العمود الاول

نعرف نتابع :

$$\pi(P, q) = \text{توقع زنجي اللاعب السطري اذا اختار بسطر الاول با احتمال } P \text{ و اذا اختار}$$

اللاعب العمودي العمود الاول با احتمال } q

وهذا نتابع سياري توقع صبارة اللاعب العمودي اذا اختار اللاعب السطري السطر الاول

با احتمال } P و اذا اختار اللاعب العمودي العمود الاول با احتمال } q

مثال: مباراة مصوفة الرظا مبريد:

$$-0-p \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} \begin{matrix} q \\ 1-q \end{matrix}$$

ادب الاستراتيجيات، معرفة و مختلفة للاعبين

الحل: الاستراتيجيات معرفة

اللاعب السطري $\Rightarrow \text{Max Min} = \text{Max}\{-2, -3\} = -2$

اللاعب العمودي $\Rightarrow \text{Min Max} = \text{Min}\{0, 5\} = 0$

ان خيار اللاعب السطري، السطري اول رصحت انه غير 2 على الاكثر

ان خيار اللاعب العمودي، العمودي اول رصحت انه غير 0 على الاكثر

(اللاعب نقطة توازن)

الاستراتيجيات المختلفة

$$\pi(p, q) = \underbrace{0 \times p \times q}_{\#} - 2 \times p \times (1-q) - 3 \times (1-p) \times q + 5 \times (1-p) \times (1-q)$$

شرح #:

اذا افتر اللاعب السطري اول صيغته احتمال اختياره السطري اول p

اذا افتر اللاعب العمودي، العمودي اول صيغته احتمال اختياره للعمودي اول q

صيغته الرطل هو 0

اي انه الناتج $\pi(p, q)$ هو مجموع كل دخل صفرية باحتمالات اختيار كل للاعب السطري

والعمودي الموجود فيه قيمة الرطل

- نريد كتابته بنسب $\pi(p, q)$ بالشكل التالي

$$\delta(p - \alpha)(q - \beta) + \gamma$$

فحاصل استطعنا كتابته بهذا الشكل تسمى الاستراتيجيات عندها الاستراتيجيات المتوازنة

$$\pi(p, q) = \delta(p - \alpha)(q - \beta) + \gamma \quad \text{المختلطة}$$

$$L_1 = \pi(p, q) = -2p(1-q) - 3q(1-p) + 5(1-p)(1-q)$$

$$= -2p + 2pq - 3q + 3pq + 5 - 5p - 5q + 5pq$$

$$= 10pq - 7p - 8q + 5$$

$$L_2 = S(p-\alpha)(q-\beta) + \delta = Spq - S\beta p - S\alpha q + S\alpha\beta + \delta$$

$$S = 10$$

بمقايسة L_1 و L_2 نجد

$$-S\beta = -7 \Rightarrow \beta = \frac{7}{10}$$

$$-S\alpha = -8 \Rightarrow \alpha = \frac{8}{10}$$

$$S\alpha\beta - \delta = 5 \Rightarrow \delta = -0,6$$

$$\Rightarrow \pi(p, q) = 10(p - \frac{8}{10})(q - \frac{7}{10}) - 0,6$$

← الاستراتيجية المختلطة

اللاعب السطري: ان يختار اللاعب السطري العدد الاول باحتمال $p = \frac{8}{10}$ او المعدل $\frac{8}{10}$ وضمن ان يمينه متوسط $0,6$ على الاكثر.

اللاعب العمودي: ان يختار اللاعب العمودي العدد الاول باحتمال $q = \frac{7}{10}$ او المعدل $\frac{7}{10}$ وضمن ان يمينه بالمتوسط $0,6$ على الاقل.

مقارنة الاستراتيجية المختلطة والصرفة:

كما رصينا في المثال سابقه، الاستراتيجية الصرفة كانت كالتالي:

ان يختار اللاعب السطري العدد الاول وضمن ان يمينه 2 على الاكثر

ان يختار اللاعب العمودي العدد الاول وضمن ان لا يربح الا يمينه

بيننا وبيننا الاستراتيجية المختلطة عند كتابته التابع $\pi(p, q)$ بالشكل الآفند

ستمكن لكل لاعب ان يتحكم باللعبة: أي

عند اختيار $p = \frac{8}{10}$ للاعب السطري سيعطي اقل مقدار $(p - \frac{8}{10})$ مساوياً للصفر

التاك مما افترنا للاعب العمودي فلا يربح لأن مقدار $(q - \frac{7}{10})$ اصبح مساوياً للصفر

لذلك نحن نتحكم باللعبة سويتا، اللاعب السطري $p = \frac{8}{10}$ وبذلك يضمن

لعبه ستر عدد

$p = \frac{8}{10}$ أي كل 10 مرات ضد اللعب سويتا، ان يلعب السطري الاول 8 مرات

وعموده بحاله يضمن ان تكون ضارته $0,6$ على الاكثر

((ضارة 0,6 أفضل من ضارة 2 الاستراتيجية الصرفة))
 أي الاستراتيجية المختلطة تعطينا وقتاً أكثر من الاستراتيجية الصرفة
 كما نمت ضارة 2 على 0,6 ولأن الصغار نمت ضارة 0,6 على الأكثر.
 أي قلت الضارة بهذه الحالة وبذلك أصبح بإمكان اللاعب البشري التحكم باللعبة
 * أيضاً باستطاعة اللاعب العمودي أن يسيطر على اللعب باختيار $q = \frac{7}{10}$
 أي كل 10 مرات من اللعب سيختار اللاعب العمودي العدد الأول 7 مرات.
 وبهذه الحالة يضمن أن يكون ربحه 0,6 على الأقل.

((في الاستراتيجية الصرفة لم يضمن اللاعب العمودي الربح أو الضارة بينما في الاستراتيجية
 المختلطة أصبح اللاعب العمودي يربح

نتيجة في الاستراتيجيات المختلطة أصبح باستطاعة كل لاعب التحكم باللعبة
 تبعاً لاختياراته.

مفاهيم أفضل استجابة :

ليكن $R_R(q)$: مفاهيم أفضل استجابة للاعب البشري مما كانت q ((أي من أجل
 أي استراتيجية للاعب العمودي)).
 $R_C(p)$: مفاهيم أفضل استجابة للاعب العمودي مما كانت p ((أي من أجل
 أي استراتيجية للاعب البشري)).
 الدليل R هو للاعب البشري.
 الدليل C هو للاعب العمودي.

مثال :

وهنا سابقاً انه نتاج $\pi(p, q)$ للمصفوفة

	0	-2
	-3	5

بكونه كالتالي

$$\pi(p, q) = 10(p - \frac{8}{10})(q - \frac{7}{10}) - 0,6$$

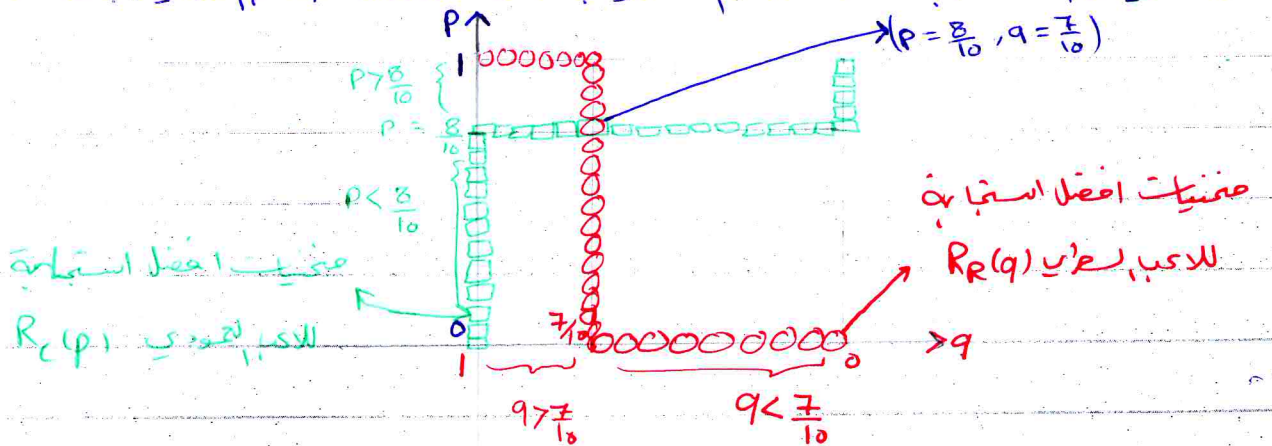
$\left. \begin{array}{l} q > \frac{7}{10} : (q - \frac{7}{10}) \text{ موجب} \\ q < \frac{7}{10} : (q - \frac{7}{10}) \text{ سالب} \\ q = \frac{7}{10} : (q - \frac{7}{10}) \text{ معدوم} \end{array} \right\} - R_R(q)$
 أفضل استجابة للاعب البشري $p=1$
 أفضل استجابة للاعب البشري $p=0$
 أي اختيار p له يعني صفة المباراة

عندما $q > \frac{7}{10}$ فإن المقدار $(q - \frac{7}{10})$ موجب ، اللاعب السطري يريد ان يحقق اكله ربع
 أي ان يكون المقدار $\pi(p, q)$ اكبر ما يكون . بما ان $(q - \frac{7}{10})$ مقدار موجب
 فنظرة باكثر مقدار موجب أي قيمة $(p - \frac{8}{10})$ تكون اكبر ما تكون عندنا $p=1$
 كون احتمال δ ناخذ ال p الا من $0, 1$.

$$\left. \begin{aligned} p > \frac{8}{10} : p - \frac{8}{10} < 0 \text{ (موجب)} \Rightarrow \text{أفضل استجابة للاعب العمودي } q=0 \\ p < \frac{8}{10} : p - \frac{8}{10} > 0 \text{ (سالب)} \Rightarrow \text{أفضل استجابة للاعب العمودي } q=1 \\ p = \frac{8}{10} : p - \frac{8}{10} = 0 \text{ (معدل)} \Rightarrow \text{أي اختيار } q \text{ له نفس النتيجة بلنا } q \end{aligned} \right\} = R_C(p)$$

عندما $p > \frac{8}{10}$ فإن $(p - \frac{8}{10})$ موجب ، اللاعب العمودي يريد ان يحقق اكله ربع
 المقدار $\pi(p, q)$ هو توقع حسارة اللاعب العمودي بالنسبة ليريد ان يكون اهدأ ما يكون
 بما ان $(p - \frac{8}{10})$ موجب فنظرة بأهدأ مقدار . وانه قيمة $(p - \frac{7}{10})$ تكون اهدأ ما تكون
 عندما $p=0$.

\Leftarrow صغريات الاستجابة : نرسم للاعب السطري دوائر ، للاعب العمودي مربعات



ان $(p = \frac{8}{10}, q = \frac{7}{10})$ نقطة توازن ناش

هذه نقطة تقاطع صغرية أفضل استجابة للاعب العمودي $R_C(p)$ مع صغرية أفضل

استجابة للاعب السطري $R_R(q)$

((اعتدكونه لدينا اكثر هذه نقطة توازن))

انتهت المحاضرة

المحاضرة
السابعة عشر



◀ دكتور الملائكة: عضون البرودي

◀ عنوان المحاضرة: مثال لعبة مباراة

مجموع غير صفري

<input checked="" type="checkbox"/>	نظري
<input type="checkbox"/>	عملي

مباراة ذات مجموع غير صفري:

الاستراتيجية، اللعبة اختيار الاستراتيجية، اطفالية لأحسن، لأسوأ.

اللاعب السطري سينتار Max Min

واللاعب العمودي سينتار Max Min

مثال: لكنه مبنية الدخل لمباراة معطاة بالشكل التالي:

		+
	(5, 3)	(2, 4)
-	(5, 5)	(3, 4)

الاستراتيجية، اللعبة : بما ان المباراة مجموع غير صفري سينتار، اللاعب استراتيجية Max Min اللاعب السطري:

$$\text{Max Min} = \text{Max} \{ 2, 5 \} = 5$$

اللاعب العمودي:

$$\text{Max Min} = \text{Max} \{ 3, 4 \} = 4$$

ينتار، اللاعب السطري، السطر الثاني ويضمن ان يربح 5 على الأقل =

ينتار، اللاعب العمودي، العمود الثاني ويضمن انه يربح 4 على الأقل، لأقل

"الاستراتيجية، اللعبة غير متوازنة"

الاستراتيجية، المختلطة:

$\pi_P(p, q) =$ توقع اربح اللاعب السطري اذا اختار اللاعب السطري، السطر الأول باحتمال p

واختار اللاعب العمودي، العمود الأول باحتمال q

$\pi_C(p, q) =$ توقع اربح اللاعب العمودي اذا اختار اللاعب السطري، السطر الأول باحتمال p

واختار، اللاعب العمودي، العمود الأول باحتمال q

	q	1-q
p	(5, 3)	(2, 4)
1-p	(5, 5)	(8, 4)

ابجاد الاستراتيجيات المختلفة

$$\pi_R(p, q) = 5pq + 2p(1-q) + 5q(1-p) + 8(1-p)(1-q)$$

$$= 6pq - 6p - 3q + 8 = 6(p - \frac{1}{2})(q - \frac{1}{2}) + 8$$

=>

$$\pi_R(p, q) = 6(p - \frac{1}{2})(q - \frac{1}{2}) + 8$$

(توقع ربع اللاعب البشري) ←

$$\pi_C(p, q) = 3(pq + 4p(1-q) + 5q(1-p) + 4(1-p)(1-q))$$

$$= -2pq + q + 4 = -2(p - \frac{1}{2})(q) + 4$$

(توقع ربع اللاعب العودي)

والسابق تكون الاستراتيجيات المختلفة

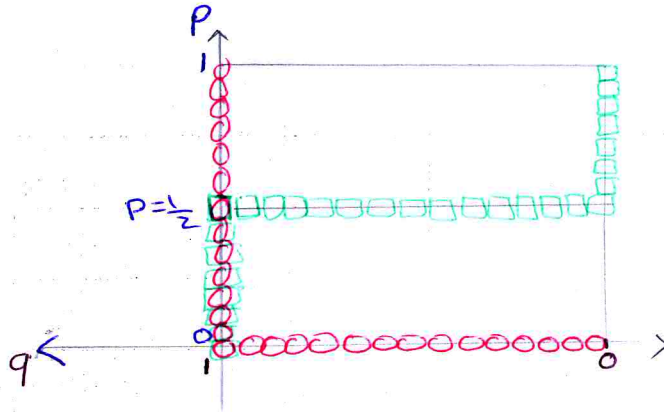
انه يتنا - اللاعب البشري البشري الاول با احتمال $\frac{1}{2}$ ويخت ان يربح بالمستوى (5) كله الاقل.

- انه يتنا - اللاعب العودي العودي الاول با احتمال 0 ويخت ان يربح بالمستوى (4) كله الاقل.
 (البا ان احتمال اختيار اللاعب العودي للعقد الاول هو 0) <= انه يتنا العودي الثاني
 اوجد صيغيات افضل استجابة

$R_R(q)$ افضل استجابة للاعب البشري مما يتك q / $R_C(p)$ افضل استجابة للاعب العودي مما يتك p

$q > \frac{1}{2}$ لا يوجد احتمال اكبر من $\frac{1}{2}$ لذلك لا تأخذ هذه الحالت
 $q < \frac{1}{2}$ افضل استجابة للاعب البشري هي $p = \frac{1}{2}$
 $q = 1$ اياً صانته p لم تغير صدقية الدخل

$p > \frac{1}{2}$ افضل استجابة للاعب العودي هي $q = 0$
 $p < \frac{1}{2}$ افضل استجابة للاعب العودي هي $q = 1$
 $p = \frac{1}{2}$ مما صانته q لم تغير صدقية الدخل



نقاط لتوازن هي جميع النقط بين $0 \leq p \leq \frac{1}{2}$ ، $q=1$
 أو بين النقطتين $(\frac{1}{2}, 1)$ ، $(0, 1)$

ملاحظة:

عند طلب إيجاد نقاط لتوازن اى توجد نقاط لتوازن الطرفة ، المختلطة .

انزعت المحاضرة .

فريق Syria Math القوي

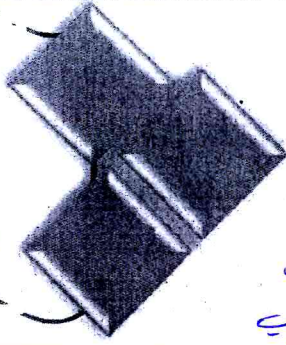
SYRIA MATH
IOM

السنة الرابعة المتكامل
الصفحة رقم 1

المحاضرة
الثامنة عشر



Syrian Mathematical Society



دكتور الملائكة: عيون الجوردي

عنوان المحاضرة: مسألة متامة
مع نظرية الألعاب
مسألة ذات مجموع صفري

<input checked="" type="checkbox"/>	نظري
<input type="checkbox"/>	عملي

مسألة:

بريد مزاج ان يبيع واحد من الماهل اما C_1 او C_2 باحتمال p او $1-p$ اعلم لترتيب
يمكن للطقس ان يكون اما جاف باحتمال q او طاهر باحتمال $1-q$.
رسمي المزاج بالركتار الواحد معطى بالجدول

	جان	طاهر
C_1	5	2
C_2	1	8

المطلوب :

- [1] اوجد توقع الربح لكل طقس
- [2] اوجد توقع الربح اذا علمت ان السنة جافة باحتمال $q = \frac{1}{3}$
- [3] اوجد الاستراتيجيات المسيطرة والاستراتيجيات المتوازنة ان وجدت
- [4] اوجد الاستراتيجيات الهزفة
- [5] اوجد الاستراتيجيات المختلطة
- [6] اوجد صيغيات افضل استجابة للاعبين
- [7] اذا كان $q = \frac{1}{5}$ ماهي افضل استجابة للاعب النظري
- [8] ماهي نقاط التوازن في هذه المسألة (9, 11) (9, 1)

الحل : [1]

	جان (9)	طاهر (11, 9)
C_1	5	2
C_2	1	8

توقع (عاطف) = $2p + 8(1-p)$

توقع (عاف) = $5p + 1(1-p)$

$\pi(p, q) = 5pq + 2p(1-q) + (1-p)q + 8(1-p)(1-q)$ [2]

صبي $\pi(p, q)$ يبيع اللاعب السطري وحسابة اللاعب الهودي اذا اختار اللاعب السطري
السطر الاول باحتمال p واللاعب الهودي العمود الاول باحتمال q .

$\pi(p, \frac{1}{3}) = \frac{17}{3} - \frac{8}{3}p$ (التميز ببطء π اكثر ما يكون) \rightarrow

\leftarrow اكبر توقع يبيع عندما $p=0$ ويكون $\frac{17}{3}$ يبيع عندها

[3] الاستراتيجيات المسيطرة:

لللاعب السطري:

اذا اختار اللاعب الهودي العمود الاول \Rightarrow افضل استجابة للاعب السطري هي السطر الاول
اذا اختار اللاعب الهودي العمود الثاني \Rightarrow افضل استجابة للاعب السطري هي السطر الثاني.
"لا يوجد استراتيجية مسيطرة بالنسبة للاعب السطري"

لللاعب الهودي:

اذا اختار اللاعب السطري السطر الاول \Rightarrow افضل استجابة للاعب الهودي العمود الثاني.
اذا اختار اللاعب السطري السطر الثاني \Rightarrow افضل استجابة للاعب الهودي العمود الاول.
"لا يوجد استراتيجية مسيطرة بالنسبة للاعب الهودي"

الاستراتيجيات المتوازنة

اذا اختار اللاعب السطري السطر الاول \Rightarrow افضل استجابة للاعب الهودي العمود الثاني
اذا اختار اللاعب الهودي العمود الثاني \Rightarrow افضل استجابة للاعب السطري السطر الثاني
"لا يوجد استراتيجية متوازنة"

اذا اختار اللاعب السطري السطر الثاني \Rightarrow افضل استجابة للاعب الهودي العمود الاول
اذا اختار اللاعب الهودي العمود الاول \Rightarrow افضل استجابة للاعب السطري السطر الاول
"لا يوجد استراتيجية متوازنة"

4] الاستراتيجية الصعبة: امن لا بدأ

	⊕	
⊖	5	2
	1	8

السنة للاعب السطري:

$$\text{Max Min} = \text{Max} \{ \text{Min}(5, 2), \text{Min}(1, 8) \} = \text{Max} \{ 2, 1 \} = 2$$

السنة للاعب العمودي:

$$\text{Min Max} = \text{Min} \{ \text{Max}(5, 1), \text{Max}(2, 8) \} = \text{Min} \{ 5, 8 \} = 5$$

ان نختار اللاعب السطري السطر الاول ويضمن انه يربح [2] على الأقل

ان نختار اللاعب العمودي العمود الاول، ويضمن انه يربح 5 على الاكثر.

5] الاستراتيجية المتوازنة:

$$\pi(p, q) = 5pq + 2p(1-q) + (1-p)q + 8(1-p)(1-q)$$

$$\pi(p, q) = 10(p - \frac{7}{10})(q - \frac{6}{10}) + 3\frac{4}{5}$$

د، ص،

ان نختار اللاعب السطري السطر الاول باحتمال $\frac{7}{10}$ ويضمن انه يربح $3\frac{4}{5}$ بالمتوسط على الأقل.

ان نختار اللاعب العمودي العمود الاول باحتمال $\frac{6}{10}$ ويضمن انه يربح $3\frac{4}{5}$ بالمتوسط على الاكثر.

$$\left. \begin{array}{l} p=0 \text{ افضل استجابة للاعب السطري} \\ p=1 \text{ افضل استجابة للاعب العمودي} \\ \text{هنا كانت } p \text{ لا تتغير قيمة المباراة.} \end{array} \right\} \begin{array}{l} q < \frac{6}{10} \\ q > \frac{6}{10} \\ q = \frac{6}{10} \end{array} \quad R_R(q)$$

$$\left. \begin{array}{l} q=1 \text{ افضل استجابة للاعب العمودي} \\ q=0 \text{ افضل استجابة للاعب السطري} \\ \text{هنا كانت } q \text{ لا تتغير قيمة المباراة.} \end{array} \right\} \begin{array}{l} p < \frac{7}{10} \\ p > \frac{7}{10} \\ p = \frac{7}{10} \end{array} \quad R_C(p)$$

