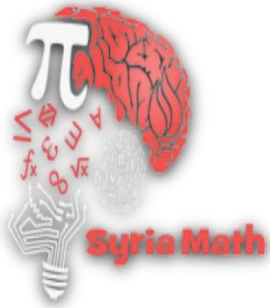


◄ دكتور المادة: علي قبوي

◄ المحاضرة: التاسعة ◄ عنوان المحاضرة: حل تمارين

المحتوى العلمي : أهلاً بكم أصدقائي سندرس في هذه المحاضرة

- تمارين

تمرين(1):

في دراسة لمحطة تلفزيونية حول نشرة الأخبار التي تعرضها تم طرح سؤالين:

1- هل تشاهد بانتظام نشرة الأخبار<< نرمز لهذا الحدث بالرمز A >>

2- هل نشرة الأخبار مشابهة لأي نشرة أخبار أخرى في محطات أخرى << نرمز لهذا الحدث بالرمز B >>

و ليكن لدينا النتائج التالية:

$$\boldsymbol{P(A\cap B)=0.24\ \ ,P(B)=0.50\ \ ,P(A)=0.40}$$

و المطلوب حساب:

$$P_{A`}(B`)\ ,P_{A`}(B)\ ,P_A(B)$$

الحل :

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{0.24}{0.40}=0.6$$

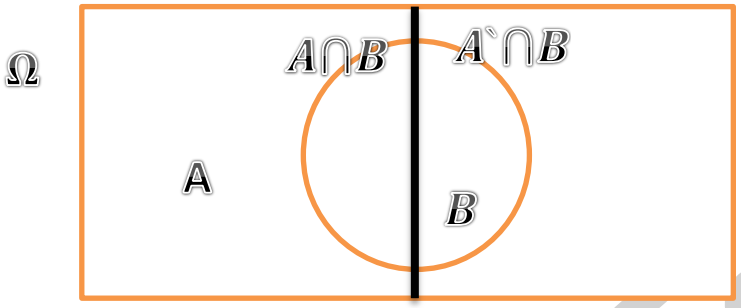
$$P_A`(B)=\frac{P(A`\cap B)}{P(A`)}$$

إن $P(A`\cap B)=P(B\backslash A)=P(B\backslash(\underbrace{A\cap B}_{\text{من B}}))$

Syria Math Team

$$= P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \frac{0.50 - 0.24}{1 - 0.40} = 0.43$$



$$P_A`(B`) = 1 - P_A`(B) = 1 - 0.43 = 0.57$$

تمرين(2):

لدى شخص 500 جهاز ارسال تحوي 10 عاطلة عن العمل, بدأ بفحص الأجهزة جهازاً بجهاز, عيّن احتمال أن يجد الشخص ثلاثة أجهزة صالحة للعمل ثم يليها جهاز عاطل عن العمل.

الحل :

نفرض أن E_i بحيث (i=1,2,3,4) الحدث الدال على ان الجهاز عاطل عن العمل فيكون الحدث المطلوب هو:

$$E`_1 \cap E`_2 \cap E`_3 \cap E_4$$

و بالتالي حسب قاعدة الاحتمال المركب:

$$P(E`_1 \cap E`_2 \cap E`_3 \cap E_4) = P(E`_1) \cdot P_{E`_1}(E`_2) \cdot P_{E`_1 \cap E`_2}(E`_3) \cdot P_{E`_1 \cap E`_2 \cap E`_3}(E_4)$$

$$\frac{490}{500} * \frac{489}{499} * \frac{488}{498} * \frac{10}{497} = 0.019$$

حيث الأجهزة الصالحة 490 و العاطلة 10 .

تمرين(3):

موظفان يقومان بنسخ الرسائل على آلة كاتبة , فإذا كان الموظف الأول ينسخ 80% من الرسائل و90% رسائله خالية من الأخطاء , والموظف الثاني ينسخ 20% من الرسائل و50% رسائله

Syria Math Team

خالية من الأخطاء , اختيرت عشوائياً أحد الرسائل المنسوخة ,والمطلوب :

احسب احتمال أن تكون هذه الرسالة خالية من الأخطاء , وأن كانت هذه الرسالة خالية من الأخطاء احسب احتمال أن يكون الموظف الثاني هو الذي نسخ هذه الرسالة .

الحل :

ليكن A_1 الحدث الدال على أن الموظف الأول هو الذي نسخ الرسالة , وليكن A_2 الحدث الدال على أن الموظف الثاني هو الذي نسخ الرسالة , B الحدث الدال على أن الرسالة المختارة خالية من الأخطاء .

نلاحظ أن A_1, A_2 تشكل تجزئة لفضاء العينة Ω الذي هو نسخ الرسالة وذلك لأنَّ :

$$P(A_1) + P(A_2) = 0.80 + 0.20 = 1$$

وحسب قاعدة الاحتمال المركب يكون :

$$P(A) = P(A_1).P_{A_1}(B) + P(A_2).P_{A_2}(B)$$

$$= (0.80).(0.90) + (0.20).(0.50) = 0.72 + 0.10 = 0.82$$

احتمال أن تكون الرسالة المختارة خالية من الأخطاء وذلك حسب دستور بايز :

$$P_B(A_2) = \frac{P(A_2).P_{A_2}(B)}{P(B)} = \frac{(0.20)(0.50)}{0.82} = \frac{0.10}{0.82} = 0.122$$

تمرين(4):

لجنة مؤلفة من 4n شخصاً نصفها ذكور و نصفها إناث, أُختيرت امرأة من اللجنة بطريقة عشوائية ثم اختارت بطريقة عشوائية من الباقي لجنة مؤلفة من n شخصا فإذا كانت اللجنة المختارة كلها من الجنس نفسه عيّن احتمال أن يكون كلهم ذكوراً.

الحل :

لتكن A حادثة كون ال n شخصاً ذكوراً و B حادثة كون ال n شخصاً إناثاً. C حادثة كون ال n شخصاً من الجنس نفسه و الاحتمال المطلوب هو : $P_C(A)$

SyriaMath Team

$$P_C(A) = \frac{P(A \cap C)}{P(A)} = \frac{P(A).P_A(C)}{P(A).P_A(C) + P(B).P_B(C)}$$

و ليكن لدنيا احتمال C حدث أكيد أي: $P_A(C) = P_B(C) = 1$

حدث أكيد طالما أنهم من الجنس نفسه فإما أن يكون ذكوراً أو إناثاً

$$\rightarrow P_C(A) = \frac{P(A)}{P(A) + P(B)}$$

و لكن $P(A) = \frac{C_n^{2n}}{C_n^{4n-1}}$

$$P(B) = \frac{C_n^{2n-1}}{C_n^{4n-1}}$$

$$P_C(A) = \frac{C_n^{2n} / C_n^{4n-1}}{C_n^{2n}/C_n^{4n-1} + C_n^{2n-1}/C_n^{4n-1}}$$

و بحذف C_n^{4n-1} من البسط و المقام نجد:

$$P_C(A) = \frac{C_n^{2n}}{C_n^{2n} + C_n^{2n-1}} = \frac{2}{3} = 0.667$$

تمرين(5):

يوجد في إحدى قاعات التدريب أربعون طالباً من طلاب السنة الأولى احصاء أمرهم الضابط بالخروج إلى الساحة العامة كي يصطفوا على شكل رتل أحادي , فإذا علمت أن أحمد وسعيد طالبان من طلاب هذه المجموعة , والمطلوب :

1) أوجد احتمال أن يكونا متجاوران .
2) إذا علمت أنَّهما متجاوران , فما احتمال أن يكون سعيد في أول الرتل ؟؟
3) إذا علمت أنَّهما متجاوران , فما احتمال أن يكون سعيد في أخر الرتل ؟؟

إذا علمت أنهما متجاوران , فما احتمال أن يكون سعيد ليس في أول الرتل ولا في أخره

الحل :

Syria Math Team

لدينا ثلاثة حالات أما سعيد في أول الرتل , أو في أخر الرتل , أو بينهما لذلك

بفرض : A_1 يدل على أن سعيد في أول الرتل فيكون : $P(A_1)=\frac{1}{40}$

بفرض : A_2 يدل على أنَّ سعيد في أخر الرتل فيكون : $P(A_2)=\frac{1}{40}$

بفرض : A_3 يدل على أنَّ سعيد ليس في أول الرتل ولا في أخر الرتل فيكون : $P(A_3)=\frac{38}{40}$

نلاحظ أنَّ : A_1, A_2, A_3 تشكل تجزئة لِـ Ω فضاء العينة الدال على اصطفاف سعيد في الرتل حيث أنَّ :

$$P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)=\frac{1}{40}+\frac{1}{40}+\frac{38}{40}=\frac{40}{40}=1$$

نفرض B الحدث الدال على أنَّ أحمد وسعيد متجاوران , فحسب قاعدة الاحتمال المركّب :

$$P(B)=P(A_1).P_{A_1}(B)+P(A_2)P_{A_2}(B)+P(A_3)P_{A_3}(B)$$

$$=\frac{1}{40}.\frac{1}{39}+\frac{1}{40}.\frac{1}{39}+\frac{38}{40}.\frac{2}{39}=\frac{78}{1560}=\frac{1}{20}=0.05$$

2) احتمال أذا كانا متجاوران , أن يكون سعيد في أول الرتل وذلك حسب دستور بايز :

$$P_B(A_1)=\frac{P(A_1).P_{A_1}(B)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{40}.\frac{1}{39}}{\frac{78}{1560}}=\frac{1}{78}$$

3) احتمال أذا كانا متجاوران , أن يكون سعيد في أخر الرتل وذلك حسب دستور بايز :

$$P_B(A_2)=\frac{P(A_2).P_{A_2}(B)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{40}.\frac{1}{39}}{\frac{78}{1560}}=\frac{1}{78}$$

4) احتمال أذا كانا متجاوران , أن يكون سعيد ليس في أول الرتل ولا في أخره وذلك حسب دستور بايز :

$$P_B(A_3)=\frac{P(A_3).P_{A_3}(B)}{P(B)}=\frac{\frac{38}{40}.\frac{2}{39}}{\frac{78}{1560}}=\frac{76}{78}$$

نلاحظ أنَّ : $P_B(A_1)+P_B(A_2)+P_B(A_3)=\frac{1}{78}+\frac{1}{78}+\frac{76}{78}=\frac{78}{78}=1$

وهذا صحيح لأنَّ $(A_i)_{1\le i\le 3}$ تشكل تجزئة لِـ Ω

Syria Math Team

انتهت المحاضرة

إعداد: خديجة الرفاعي – ولاء المبخر – نهى حبشية

Syria Math Team