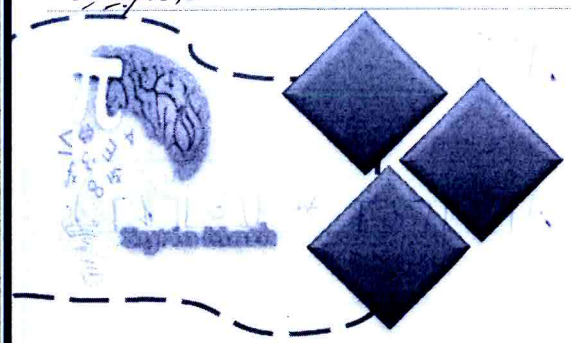

المحاضرة السابعة

نظري
عملي

◄ دكتور المادة: سمير جعفر

◄ عنوان المحاضرة: محدد مصفوفة

- اكتب صنفاً يمرّن مصفوفة مربعة ويحوي دالة لحساب محدد هذه المصفوفة، ثم استخدم الصنف السابق في برنامج يدخل مصفوفة من النوع الصحيح من البعد $n \times n$ حيث n عدد صحيح مدخل، ويطبع محددها.

الحل:

```
public class Det{                                    (1)
    int A[][];
    Det(){ }
    Det(int n){ A= new int[n][n]; }

    void input(){                                    (2)
        for(int i=0 ; i<A.length ; i++)
        for(int j=0 ; j<A.length ; j++)
            A[i][j] = Stdin.readInt(); }

    static int[][] cut(int[][] A, int k){            (3)
        int[][] M = new int[A.length-1][A.length-1];
        for(int i=1; i<A.length; i++){               (4)
            int l=0;
            for(int j=0; j<A.length; j++)            (5)
                if(j != k){ M[i-1][l] = A[i][j];
                            l++; } }
        return M; }
```


المكتبة الجامعية للحواسيب الطلابية
تطلب ورقياً من المكتبة الجامعية

```
static double det(int[][] A){                                    (6)
  if(A.length == 2)                                              (7)
    return( A[0][0] * A[1][1] - A[1][0] * A[0][1] );

  double res = 0;                                                (8)
  for(int i = 0 ; i< A.length ;i++)                              (9)
    res += Math.pow(-1,i) * A[0][i] * det(cut(A,i));
  return res;  }
}
```

صنف لاستخدام الصنف السابق :

```
class UseDet {
public static void main(String args[]){
  int n;
  do{ n=Stdin.readInt();} while (n<=1);
Det M = new Det(n);
M.input();
double d = Det.det(M.A);
System.out.print(d);  }
}
```

شرح البرنامج :

لنأخذ مثالاً على مصفوفة مربعة من الرتبة 3×3 :

$$\begin{vmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

تطلب ورقياً من المكتبة الجامعية

حساب محدد المصفوفة السابقة يتم بالشكل:

$$(**)\quad \begin{vmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{00}\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} - a_{01}\begin{vmatrix} a_{10} & a_{12} \\ a_{20} & a_{22} \end{vmatrix} + a_{02}\begin{vmatrix} a_{10} & a_{11} \\ a_{20} & a_{21} \end{vmatrix}$$

حيث أن محدد مصفوفة من المرتبة الثانية يحسب بالشكل:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a*d - b*c \qquad (*)$$

- في كل مرة نضرب عنصراً من السطر الأول، نحدد باقي عناصر المصفوفة بعد حذف كل من السطر والعمود المقابل للعنصر، ومنه نحتاج دالتين لحساب المحدد:
دالة تحسب المحدد ودالة تحذف السطر والعمود المقابل لعنصر.

- لاحظنا أن حساب محدد مصفوفة بعدها أكبر من 2 يتطلب حساب محدد عدة مصفوفات أصغر منها، ولذلك دالة حساب المحدد يجب أن تكون عودية.
ومن الواضح أن شرط توقف هذه الدالة العودية سيكون عندما نصل إلى مصفوفة من البعد 2 لأن محددها يحسب من (*).

(1) بداية عرّفنا عن نوع عرّفناه مصفوفة A وبأي خلايا وبأي لبناء مصفوفة مربعة من البعد n.

(2) دالة لإدخال عناصر المصفوفة التي نريد إيجاد محددها.

(3) عرّفنا دالة الاقتطاع، وهي دالة ترجع مصفوفة جديدة وتأخذ وسيطين:
وسيط مصفوفة (وهي المصفوفة التي نريد حذف سطر وعمود منها)، ووسيط عدد صحيح k (وهو دليل العمود الذي نريد حذفه)، ويمكننا تمرير وسيط يمثل دليل السطر الذي نريد حذفه، لكننا هنا سنحذف السطر الأول دائماً (السطر ذو الدليل 0) لذلك يمكن اختصار تمريره كوسيط والتعويض عن ذلك في عداد حلقة for كما سنرى.

- عرّفنا في الدالة مصفوفة M بعدها أصغر بسطر وبعمود من بعدي A المصفوفة الأصلية. (وذلك لأنها ستمثل المصفوفة بعد حذف سطر وعمود منها).

(4) حلقة for المرور على أسطر المصفوفة، نلاحظ أننا بدأنا العداد (i) من القيمة (1) حتى نتجنب المرور على السطر الأول (0)، وبذلك يكون حذفناه من المصفوفة الجديدة.

تطلب ورقياً من المكتبة الجامعية

- من الواضح هنا أن أدلة المصفوفة M لا تقابل أدلة عناصر A (لأنه سيتم حذف السطر الأول) (عناصر)
لذلك عرفنا متغيراً صحيحاً k ليمثل أدلة أعمدة المصفوفة M وأعطيناه القيمة الابتدائية (0)

(5) وضعنا شرطاً على حلقة for الثانية من أجل الأعمدة: (إذا كان دليل العمود لا يساوي الدليل k (وسيط الدالة)) عندها يسند للعنصر M ذو الدليل (i, k) القيمة من A ذو الدليل (j, i)، ثم نزيد قيمة k بمقدار واحد.
وذلك لأننا نريد حذف العمود k، وبذلك عندما يكون $j = k$ لا يقوم بإسناد عناصر.

- وفي النهاية يتم إرجاع المصفوفة M.

(6) دالة تعيد عدداً حقيقياً من أجل حساب المحدد، وهي تأخذ مصفوفة كوسيط.

(7) إذا كان بعد المصفوفة $= 2$ عندها نحسب المحدد كما في (*)

(8) وإلا (أي إذا كان البعد أكبر من 2) عرفنا متحولاً حقيقياً (res) وأعطيناه القيمة الابتدائية (0)، سنتابع هنا التحول لحساب مجموع المحددات الجزئية كما في (**)

(9) حلقة for تمر على عناصر السطر الأول من المصفوفة، ومن أجل كل عنصر يضرب قيمة محدد مصفوفة القطع المضروبة بهذا العنصر إلى (res).

- بقيت لدينا مشكلة الإشارة قبل كل عنصر، نلاحظ في (**) أن إشارات العناصر تتابع بين موجب وسالب، وهنا سبب استخدام (Math.pow(-1, i) وهي تمثل $(-1)^i$، فعند مرور حلقة for على كل قيمة لـ i:
إذا كانت قيمة i زوجية يكون $(-1)^i = 1$ وبذلك الإشارة قبل العنصر موجبة
أما إذا كان i سالباً فإن $(-1)^i = -1$ فتكون الإشارة سالبة.

- A[0][i] هي عناصر السطر الأول.

وبالتالي det(cut(A, i)) : في كل مرة نستدعي الدالة det (دالة المحدد) نمرر لها السطر الأول والعمود (i) من المصفوفة A باستخدام الدالة cut.

ملاحظة: طلب ضمناً في نص السؤال أن تكون المصفوفة مربعة، لذلك عند استخدام البعد الثاني للمصفوفة ((عدد أعمدتها)) استخدمنا A[0].length بدلاً من A.length
((لأن عدد الأعمدة يساوي عدد الأسطر هنا))

انتهت المحاضرة

تطلب ورقياً من المكتبة الجامعية