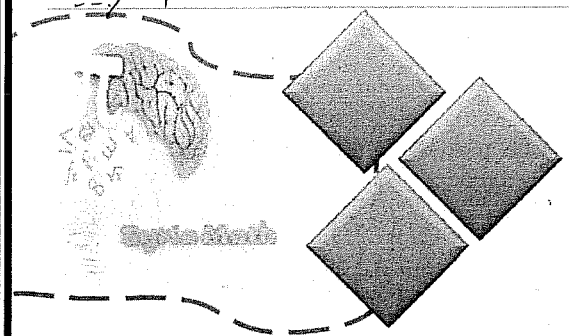


المحاضرة 16

نظري ☑
عملي ☐

◄ دكتور المادة: خالد خيضر

◄ عنوان المحاضرة: خوارزمية ديجيكاسترا

خوارزمية ديجيكاسترا لحساب الأبعاد Dijkastra Distance Algorithm

ليكن لدينا البيان $G=(V,E)$ بيان موزون مترابط حيث $|V|=p$

ولتكن $v_0 \in V$ ، والمطلوب :

إيجاد المسافات بين العقدة v_0 وأي عقدة أخرى في البيان.

الخوارزمية :

1) نعين القيم الابتدائية :

$i=0$ (دليل العقد) ، $S_0=\{v_0\}$ (المجموعة التي سنضيف لها العقد)

$L(v_0)=0$ (المسافة من v_0 إلى v_0)

$\forall v \in V \; ; \; v \neq v_0 \; : \; L(v)=\infty$

(أي نفترض بدايةً أن المسافة بين عقدة البداية v_0 وأي عقدة أخرى $= \infty$)

إذا كان $p=1$ توقف الخوارزمية / if $p=1$ then stop

وإلا تنتقل إلى الخطوة رقم 2 / else go to step 2

2) لتكن S_i' هي مجاورات S_i : وهو أجل $v \in S_i'$ أي :

$(\forall v \in V \; : \; S_i' = N(S_i) \; ; \; v \in S_i')$

يكون :

$\forall v \in S_i' \; : \; L(v)=\min\{L(v), L(v_i)+d(v_i,v)\}$

إذا حدث تغير في قيمة $L(v)$ نرقم العقدة v بالثنائية $(L(v), v_i)$

3) نوجد القيمة الصغرى :

$$\min_{v_i \in S_i'} \{L(v_i)\}$$

تطلب ورقياً من المكتبة الجامعية

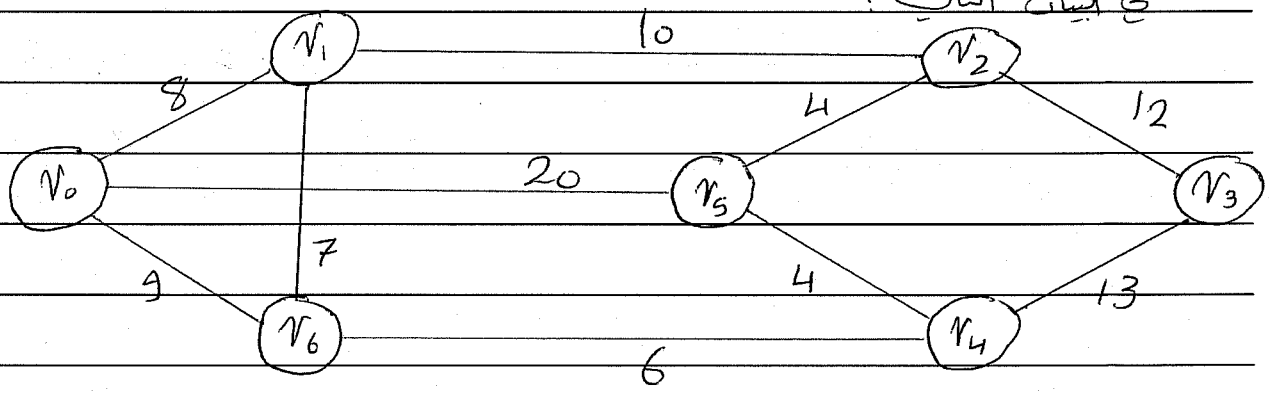
4) نطبق : $S_{i+1} = S_i + \{v_{i+1}\}$

5) نزيد قيمة i : $(i = i+1)$ ثم نختبر الشرط :

if $i = p-1$ then stop / إذا كان $i = p-1$ نتوقف الخوارزمية

else go to step 2 / وإلا نعود إلى الخطوة 2

مثال: طبق خوارزمية دكسترا لإيجاد أقصر مسافة بين العقدة v_0 وبقية العقد في البيان التالي :



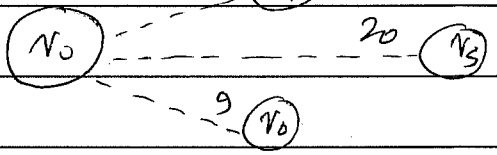
الحل : 1) نضع القيم الابتدائية :

$i = 0$, $S_0 = \{v_0\}$, $L(v_0) = 0$, $p = 7$

$\forall v \in V$; $v \neq v_0$: $L(v) = \infty$

2) نوجد S_0' مجموعة العقد المجاورة لـ $S_0 = \{v_0\}$:

$S_0' = \{v_1, v_5, v_6\}$



من البيان :

$L(v_1) = 8$

$L(v_5) = 20$

$L(v_6) = 9$

3) نأخذ المسافة الأقصر :

$L(v) = \min\{L(v_1), L(v_5), L(v_6)\}$

$= \min\{8, 20, 9\} = 8$

تطلب ورقياً من المكتبة الجامعية

4 نقوم بالتغييرات التي ذكرناها في شرح الخوارزمية :

نضيف العقدة التي تم اختيار المسافة الأقصر منها (وهي v_1) إلى S_0 :

$S_1 = \{v_0, v_1\}$

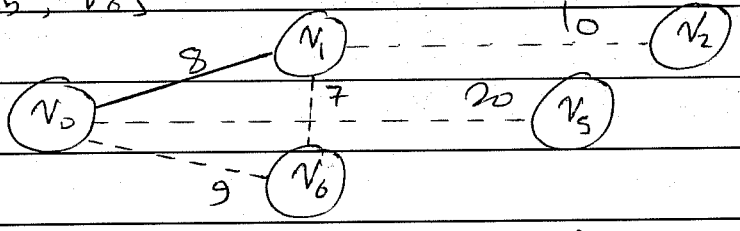
5 نزيد قيمة i بمقدار 1 ، $i = 0 + 1 = 1$

ونختبر الشرط : $1 = i < p-1 = 6$

الشرط محقق نعود إلى الخطوة 2 .

- نأخذ المجاورات المجموعة S_1 :

$S_1' = \{v_2, v_5, v_6\}$



$L(v_2) = 8 + 10 = 18$ ((حسب البعد من v_0 إلى العقدة المختارة))

$L(v_5) = 20$

$L(v_6) = \min\{9 , 8+7\} = 9$

$((v_0 \to v_6))$ $((v_0 \to v_1 \to v_6))$

$\Rightarrow L(v) = \min\{L(v_2), L(v_5), L(v_6)\} = 9$

بإضافة v_6 :

$S_2 = \{v_0, v_1, v_6\}$

$i = i + 1 = 1 + 1 = 2$

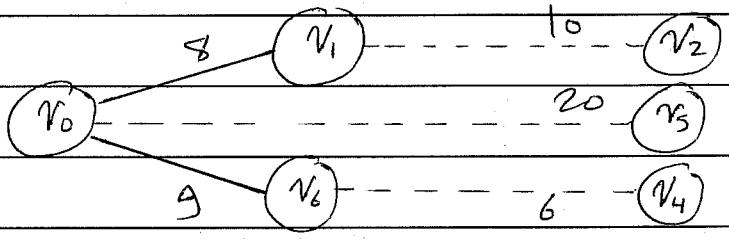
$i < p-1 = 6$

الشرط محقق ، لذلك نتابع :

- نأخذ المجاورات للمجموعة S_2 :

$S_2' = \{v_2, v_4, v_5\}$

WhatsApp : 0997378154 Facebook_Page : IOM
تطلب ورقياً من المكتبة الجامعية



$L(v_2) = 8 + 10 = 18$

$L(v_4) = 9 + 6 = 15$

$L(v_5) = 20$

$\Rightarrow L(v) = \min\{L(v_2), L(v_4), L(v_5)\} = 15$

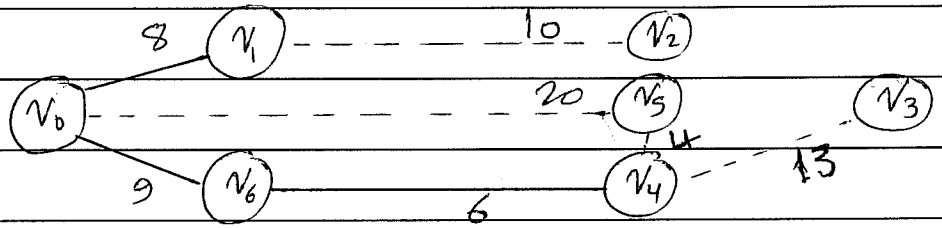
$S_3 = \{v_0, v_1, v_6, v_4\}$

$i' = i+1 = 3$

$i < p-1 = 6$

نأخذ مجاورات S_3 :

$S_3' = \{v_2, v_3, v_5\}$



$L(v_2) = 8 + 10 = 18$

$L(v_3) = 9 + 6 + 13 = 28$

$L(v_5) = \min\{20, 9+6+4\} = 19$

$\Rightarrow L(v) = \min\{L(v_2), L(v_3), L(v_5)\} = 18$

تطلب ورقياً من المكتبة الجامعية

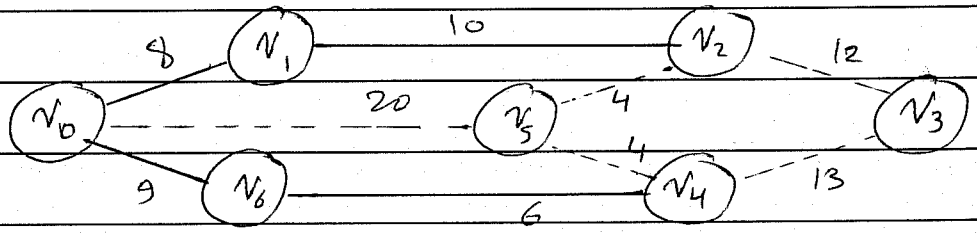
$S_4 = \{ v_0, v_1, v_6, v_4, v_2 \}$

$i = i+1 = 4$

$i < p-1 = 6$

نأخذ مجاورات S_4 :

$S_4' = \{ v_5, v_3 \}$



$L(v_5) = \min \{ 20, 8+10+4, 9+6+4 \}$

$= \min \{ 20, 22, 19 \} = 19$

$L(v_3) = \min \{ 8+10+12, 9+6+13 \}$

$= \min \{ 30, 28 \} = 28$

$\Rightarrow L(N) = \min \{ L(v_5), L(v_3) \} = 19$

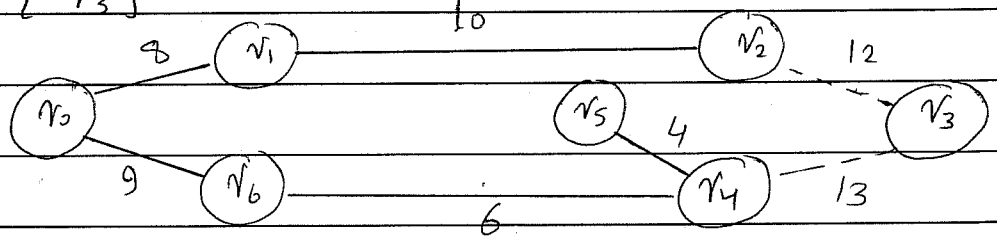
$S_5 = \{ v_0, v_1, v_6, v_4, v_2, v_5 \}$

$i = i+1 = 5$

$i < p-1 = 6$

نأخذ مجاورات S_5 :

$S_5' = \{ v_3 \}$



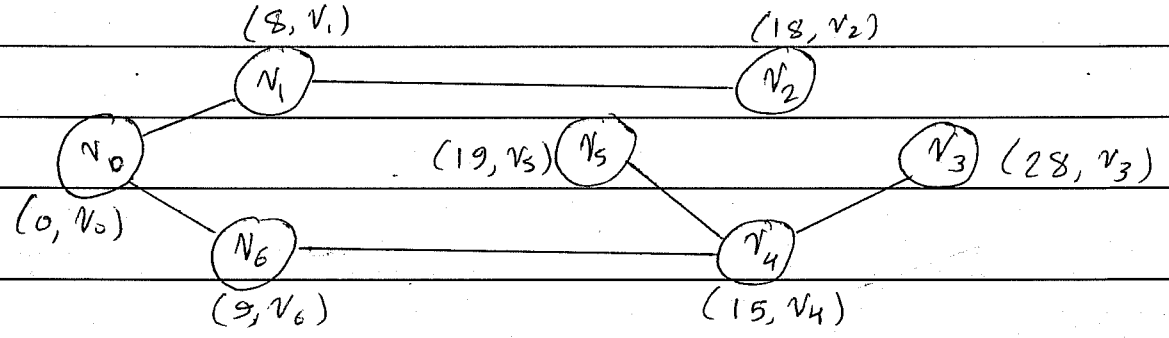
تطلب ورقياً من المكتبة الجامعية

$L(v_3) = \min\{28, 30\} = 28 \Rightarrow L(V) = 28$

$i = i+1 = 6$

$i = 6 \neq p-1 = 6$

أخذ الشرط لذلك نتوقف، ويصبح البيان بكتابة الثنائيات من الشكل $(L(v_i), v_i)$



ادّعاء: بين كلّ 6 أشخاص هناك 3 أشخاص يعرفون بعضهم بالتبادل، أو لا يعرفون بعضهم بتاتاً، وهذا الادعاء فتح باباً كبيراً واسعاً.

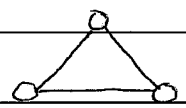
فإذا كان لدينا البيان $G = (V, E)$ بيان بسيط ومترابط، فيه $|V| = 6$

عندئذٍ إمّا $K_3 \subset G$ أو $\overline{K_3} \subset G$

K_n هو البيان التام من الدرجة n، وهو بيان بسيط فيه كل عقدة متصلة بباقي العقد.

والبيان التام المكون من n عقدة يكون عدد أضلاعه $= \frac{n(n-1)}{2}$

فمثلاً K_3 يكون بالشكل:



قام Erdös بالتعبير عن هذه المسألة، واصطلح لها بمصطلح أعداد رامزي Ramsey Numbers

وستتابع حديثنا في المحاضرة القادمة ...

انتهت المحاضرة

WhatsApp : 0997378154 Facebook_Page : IOM
تطلب ورقياً من المكتبة الجامعية