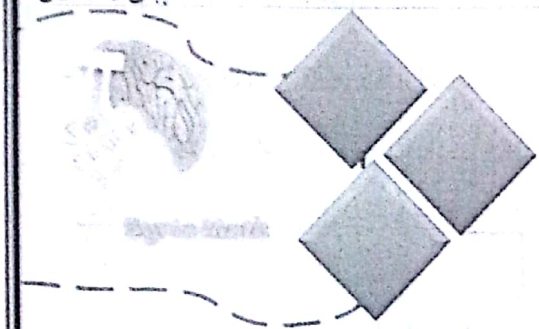


المحاضرة (20)و(21)

◄ دكتور المادة: محمد همال اللبن

◄ عنوان المحاضرة:

نظري ☑
عملي ☐

تمرين: اكتب كلاً من الدوال البولينية التالية بدلالة مؤثر « ↑ » فقط

* $F(a,b,c,d) = a+b\bar{c}$

$= (a.a) + (b\bar{c}) = (a \uparrow a) \uparrow (b \uparrow (c \uparrow c))$

* $F(a,b,c) = \bar{a}$

$= \bar{a} + \bar{a} = \bar{a}.\bar{a} + \bar{a}.\bar{a}$

$= ((a \uparrow a) \uparrow (a \uparrow a)) \uparrow ((a \uparrow a) \uparrow (a \uparrow a))$

طريقة الجدد التوافقية: طريقة لإيجاد الحدود المتممية الأولية (وبذلك نكون قد ربطنا العبارة البولينية) « أي بدل أن نعمل على عبارة بولينية نعمل على الجدد المتممية »

مسألة: إن إشارة خرج نظام تحكم كهربائي هي $x=1$ عندما تكون الأعداد الثنائية المشفرة ما بين 0 و 15 (أكبر من 0 وأصغر من 15) قابلة للقسمة على 3.

1- أوجد تابع التحويل

2- صمم دارة البوابات الموافقة

الحل: أولاً يجب أن أحدد المدخلات والمخرجات الخاصين بالمسألة

← المدخلات: هي الأعداد الثنائية المشفرة ما بين 0 و 15

← المخرجات: هي ($x=1$) عندما تكون الأعداد المحصورة بين 0 و 15 تقبل القسمة على 3.

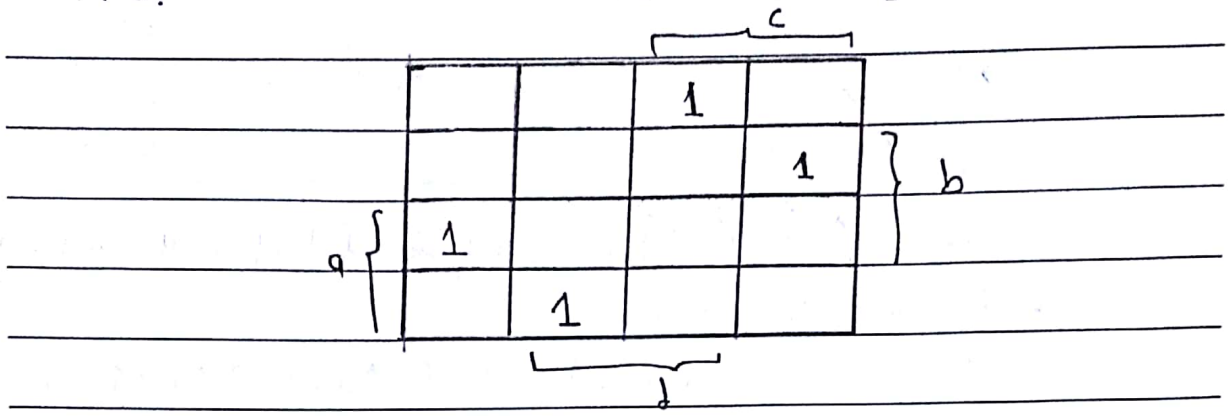
لتمثيل الأرقام بين 0 و 15 نحتاج إلى 4 متحولات

ثانياً: نرسم مخطط كاوف الذي يمثل الآلة السابقة وهنا نحتاج إلى مخطط ذو $2^4 = 16$ خلية إذن العمل يتم في الجبر البولياني $(B, +, \times, -)$ وبحيث $B = \{a,b,c,d\}$

← قوي أربع متغيرات

Scanned by CamScanner

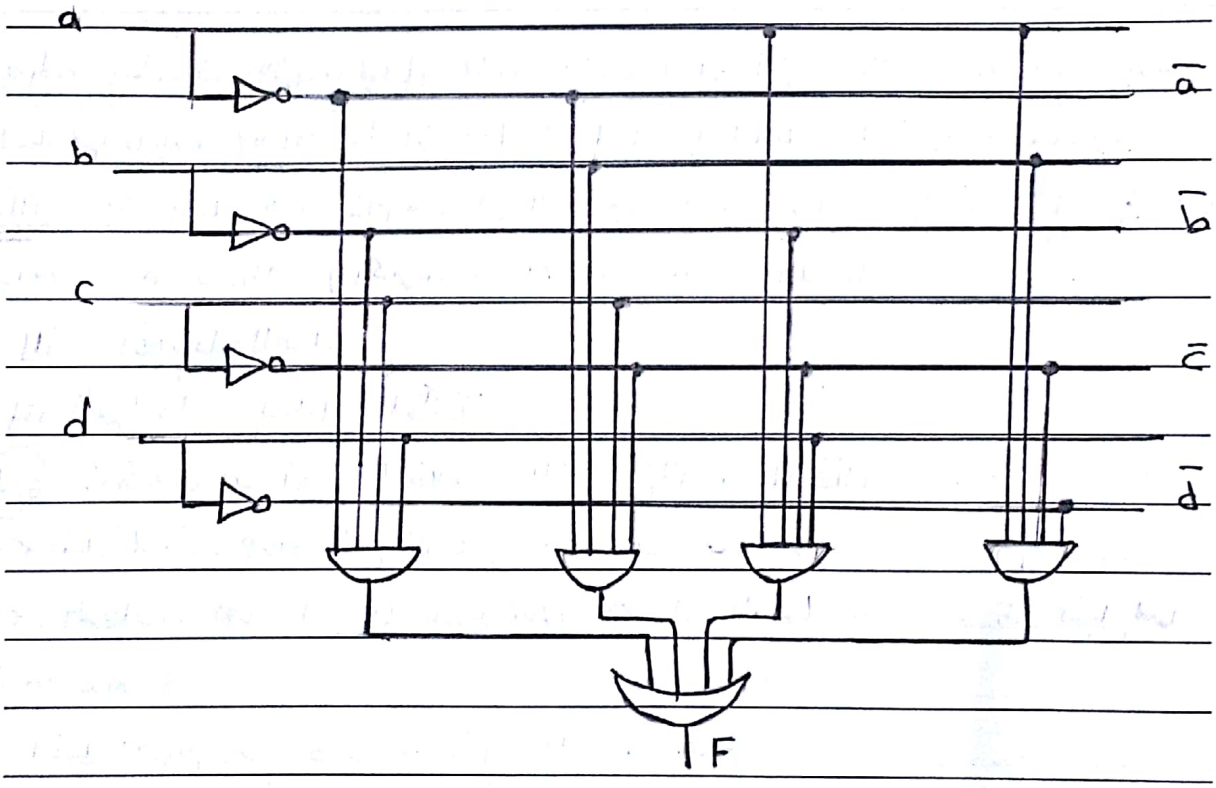
- نشئ مخطط كارنوف الذي عدد خلاياه $2^4=16$ ونقوم مباشرة بوضع العلامة (1) ضمن الخلايا التي تحمل أعداداً أكبر من 5 وأصغر من 15 وتقبل القسمة على 3 :



كل خلية من الخلايا المعلمة بـ (1) في المخطط تضم لوحدها وعليه فإن تابع القول هو:

$$f(a,b,c,d)=\bar{a}\,\bar{b}\,c\,d+\bar{a}\,b\,c\,\bar{d}+a\,\bar{b}\,\bar{c}\,d+a\,b\,\bar{c}\,\bar{d}$$

ويكون رسم الدارة المنطقية التي تنفذ المطلوب هو:



Scanned by CamScanner

مسألة (2): صمم دارة تقوم بتحويل من النظام الثنائي إلى النظام العشري عن طريق البوابات ؟؟

الحل: أولاً: عند السفلات والخرجات

- السفلات: هو عدد في النظام الثنائي يكون من (0,1)
- الخرجات: هو عدد في النظام العشري يكون من (0,.....9)

} لها العلاقة

وبالتالي أصابع الدخل هي 4 متحولات (الأرقام لتمثيل العدد العشري بالنظام الثنائي) وأصابع الخرج هي 10 (0,.....9)

نرسم مخطط كارنوف الذي يمثل دارة البوابة وهنا نحتاج إلى مخطط ذو 2^4 خلية (لأنه لدي أربع متحولات دخل)

$\leftarrow$ إذن العمل يتم في الجبر البولياني $(B, +, \times, -)$ حيث: $B=\{x,y,z,t\}$

$\bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{t}^{0}$	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}t^{1}$	$\bar{x}\bar{y}zt^{3}$	$\bar{x}\bar{y}z\bar{t}^{2}$
$\bar{x}y\bar{z}\bar{t}^{4}$	$\bar{x}y\bar{z}t^{5}$	$\bar{x}yzt^{7}$	$\bar{x}yz\bar{t}^{6}$
$x\bar{y}\bar{z}\bar{t}_{8}$	$x\bar{y}\bar{z}t_{9}$	$x\bar{y}zt^{+}$	$x\bar{y}z\bar{t}$
$xy\bar{z}\bar{t}_{*}$	$xy\bar{z}t_{\blacksquare}$	$xyzt_{\bullet}$	$xyz\bar{t}_{\blacktriangle}$

z فوق، y يمين، x يسار، t تحت

إن الخلايا المعلمة بالعلامة (■) في الجدول هي خلايا زائدة.

نقوم بالتعبير عن الأعداد 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 بدلالة المتغيرات $x\,y\,z\,t$ لذلك سنضع الرمز $\hat{=}$ وهو يعني ((يعبر عنه بـ)) ومن هنا يكون:

$0\hat{=}\bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{t}$ $\quad 1\hat{=}\bar{x}\bar{y}\bar{z}t$ $\quad 2\hat{=}\bar{x}\bar{y}z\bar{t}$

$3\hat{=}\bar{x}\bar{y}zt$ $\quad 4\hat{=}\bar{x}y\bar{z}\bar{t}$ $\quad 5\hat{=}\bar{x}y\bar{z}t$

$6\hat{=}\bar{x}yz\bar{t}$ $\quad 7\hat{=}\bar{x}yzt$ $\quad 8\hat{=}x\bar{y}\bar{z}\bar{t}$

$9\hat{=}x\bar{y}\bar{z}t$

لكن بما أنّ الدارة المطلوبة مثلاً فإننا سوف نعتبر الخلايا التي لا تحمل الأرقام 9,.....0 في مخطط كارنوف هي خلايا زائدة (الخلايا المعلمة بـ $*, \blacksquare, \bullet, \blacktriangle, +, \heartsuit$) ونهتم هنا بالخلايا عند الإمكانية بشرط أن الضم يحوي خلية واحدة فقط من خلايا الأرقام

Scanned by CamScanner

9 ... أي لا يجوز أن يدخل في الضم خليتين أو أكثر من خلايا الأرقام السابقة

■ الخلية 0 لا تجاور أي خلية من الخلايا الزائدة إذن لا يمكن ضمها مع أي خلية من الخلايا الزائدة ويبقى لدينا $0 \cong \bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{t}$

■ الخلية 1 لا تجاور " " " " " " " " " " " " " " الزائدة ويبقى لدينا $1 \cong \bar{x}\bar{y}\bar{z}t$

■ الخلية 2 والخلية المعلمة بـ ♥ في الجدول وناتج الضم يمثل بـ $\bar{y}z\bar{t}$ إذن: "يمكن ضم"

$2 \cong \bar{y}z\bar{t}$

■ يمكن ضم الخلية 3 والخلية الزائدة المعلمة بـ + في الجدول وناتج الضم يمثل بـ $\bar{y}zt$ إذن:

$3 \cong \bar{y}zt$

■ يمكن ضم الخلية 4 والخلية الزائدة المعلمة بـ ✱ في الجدول وناتج الضم يمثل بـ $y\bar{z}\bar{t}$ إذن:

$4 \cong y\bar{z}\bar{t}$

■ يمكن ضم الخلية 5 والخلية الزائدة المعلمة بـ ■ في الجدول وناتج الضم يمثل بـ $y\bar{z}t$ إذن:

$5 \cong y\bar{z}t$

■ يمكن ضم الخلية 6 والخلية الزائدة المعلمة بـ ▲ في الجدول وناتج الضم يمثل بـ $yz\bar{t}$ إذن:

$6 \cong yz\bar{t}$

■ يمكن ضم الخلية 7 والخلية الزائدة المعلمة بـ ● في الجدول وناتج الضم يمثل بـ yzt إذن:

$7 \cong yzt$

■ يمكن ضم الخلية 8 والخلايا الزائدة المعلمة بـ (♥ و ▲ و ✱) في الجدول وناتج الضم يمثل بـ $x\bar{t}$ إذن:

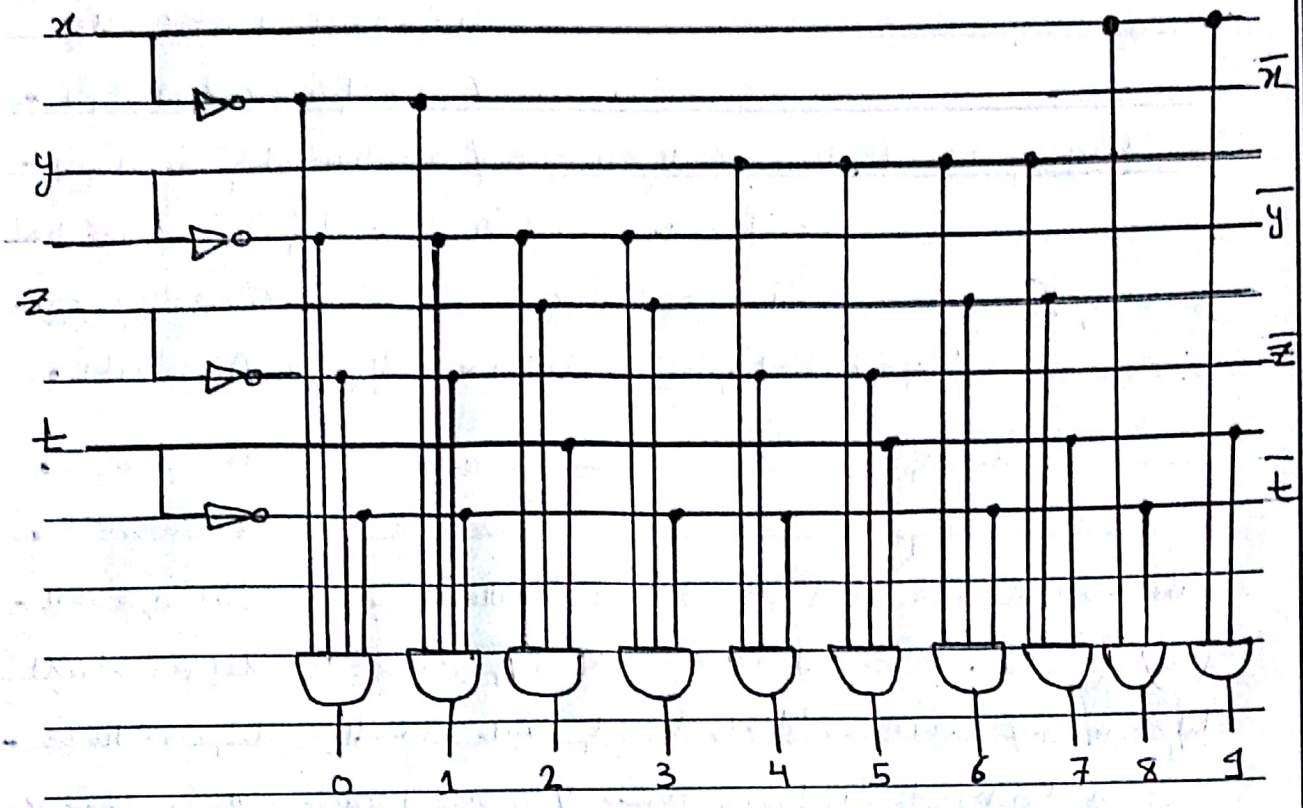
$8 \cong x\bar{t}$

■ يمكن ضم الخلية 9 والخلايا الزائدة المعلمة بـ (● و + و ■) وناتج الضم يمثل بـ xt إذن:

$9 \cong xt$

ويكون رسم الدارة المنطقية التي تمثل المطلوب هو:

Scanned by CamScanner



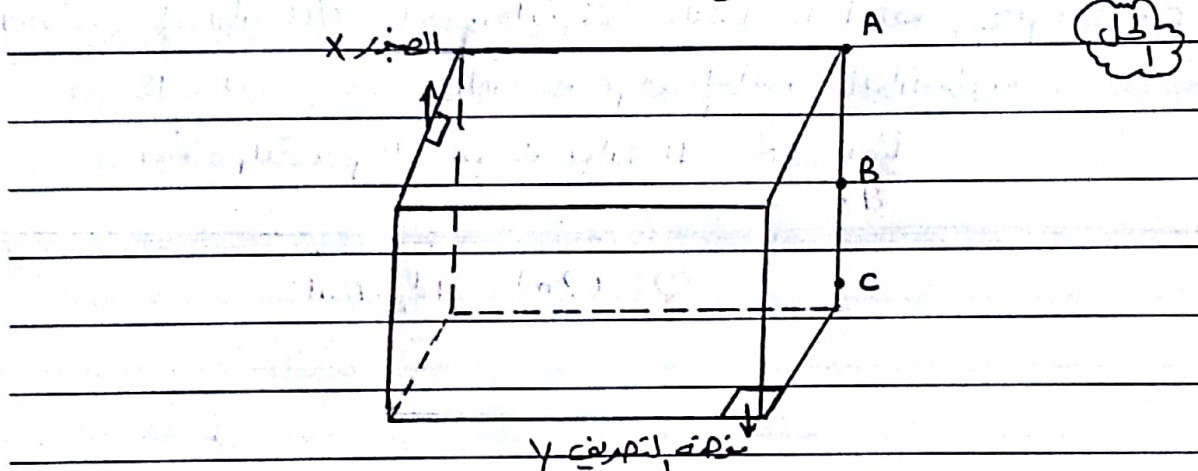
ملاحظة: إن بوابة AND تأخذ مدخلين فقط، ولكننا قمنا باختصار لرسم أي يجب تجميع كل مدخلين في بوابة AND ومن ثم تجميع الجوابتين في بوابة واحدة يطبق بالكلام السابق على بوابة OR أيضاً

انتهت المحاضرة (20) ♡

Scanned by CamScanner

مسألة: صمم دارة منطقية مثلث بكاملة بوابات NAND فقط لغرض منع توجيه إعلاء طوفان للسباحة حيث أنه:

- يتم إعلاء الطوفان في الصنبور X.
- يتم تصريف المياه من النوفة Y حيث تفتح النوفة عندما تتجاوز المياه الحد الأعلى وفي حال كون مستوى المياه في الحد الأدنى يتم إغلاق النوفة.
- يوجد في الطوفان ثلاثة مؤشرات A,B,C بحيث أن:
  - المؤشر A يشير إلى تحسس كون مستوى المياه في هذه الأعلى.
  - " B " " " " " " " " الأوسط.
  - " C " " " " " " " " الأدنى.
- يوجد جرس إنذار Z ينبه في حال تعطل أحد المؤشرات A أو B أو C ودور إعطاء الإنذار يتم إغلاق الصنبور تدفق المياه X ومنع النوفة التصريف Y.
- في حال كون المياه في المستوى ما بين المتوسط والأعلى عندها يكون الصنبور تدفق المياه X مفتوح وكذلك النوفة التصريف Y مفتوحة بهدف الحفاظ على نظافة المسبح.
- في حال تجاوز المياه الحد الأعلى تفتح النوفة Y وتغلق الصنبور X.



كل مؤشر من المؤشرات A,B,C عبارة عن متغير ثنائي القيمة (أي له خيارين إما يشير أو لا يشير) ومن هنا نستطيع أن نفرض ما يلي:

المؤشر A يشير إلى وصول مستوى المياه إلى هذه الأعلى if $A = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$ if خلاف ذلك

Scanned by CamScanner

المؤشر B يشير إلى وصول مستثمر إياه إلى حده الأدنى $B=\begin{cases}1 & \text{if}\\ 0 & \text{if}\end{cases}$

المؤشر C يشير إلى وصول مستثمر إياه إلى حده الأدنى $C=\begin{cases}1 & \text{if}\\ 0 & \text{if}\end{cases}$

- إن الصنبور X عبارة عن متغير ثنائي القيمة (أي له خيارين إما فتح أو إغلاق) ومن هنا نستطيع أن نفرض مايلي:

$$X=\begin{cases}1 & \text{where } x \text{ فتح الصنبور}\\ 0 & \text{where } X \text{ إغلاق الصنبور}\end{cases}$$

- إن الصنبور Y عبارة عن متغير ثنائي القيمة (أي له خيارين إما فتح أو إغلاق). ومن هنا نستطيع أن نفرض مايلي:

$$Y=\begin{cases}1 & \text{where } y \text{ فتح الصنبور}\\ 0 & \text{where } y \text{ إغلاق الصنبور}\end{cases}$$

- إن جهاز الإنذار Z عبارة عن متغير ثنائي القيمة (أي له خيارين إما يعمل أو لا يعمل) ومن هنا نستطيع أن نفرض مايلي:

$$Z=\begin{cases}1 & \text{where } Z \text{ جهاز الإنذار يعمل}\\ 0 & \text{where } Z \text{ جهاز الإنذار لا يعمل}\end{cases}$$

بما أن فتح وإغلاق الصنبور X يتوقف على المؤشرات A,B,C فإن X عبارة عن دالة تتبع للمتغيرات السابقة، وبما أن فتح وإغلاق الصنبور Y يتوقف على المؤشرات A,B,C فإن Y عبارة عن دالة تتبع للمتغيرات السابقة، وبما أن عمل جهاز الإنذار Z يتوقف على المؤشرات A,B,C فإن Z عبارة عن دالة تتبع للمتغيرات السابقة.
بالتالي فإن المدخلات هي A,B,C والمخرجات هي X,Y,Z

ومنه إذا فرضنا $B=\{A,B,C\}$ فإن العمل سوف يتم في الجبر البولياني

مجموعة المؤشرات

تطلب ورقيا من المكتبة الجامعية
Scanned by CamScanner

$(\overline{x} \cdot y + z)$.

أولاً: لنرسم لهم المنطقية لممكنة المدخل x, y, z وهنا لهم نتوقف على لهم المنطقية لممكنة المتغيرات A, B, C

لدينا 8 حالات مختلفة وممكنة المتغيرات A, B, C وهي:

A	B	C
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

ومن ثم يكون لدينا 8 قيم مختلفة وممكنة المدخل x, y, z وهنا لهم نستنتج من معطيات المسألة ما يلي: لتفصيل في الجدول التالي:

الجدول في الصفحة التالية.

تطلب ورقياً من المكتبة الجامعية

Scanned by CamScanner

	A	B	C	X	Y	Z
المؤشران A,B,C لا تشير لشيء أي مستوى المياه لم يصل إلى أي أحد من هذه وبالتالي الصنبور X مفتوح والفوهة Y مغلقة الإنذار لا يعمل	0	0	0	1	0	0
المؤشر C يشير إلى أن مستوى المياه وصل لهذه الأدنى والمؤشران A,B لا يشيران لشيء هذا يعني أن مستوى المياه لم يصل لهذه الأوسط والأعلى وبالتالي الصنبور X مفتوح والفوهة Y مغلقة والإنذار لا يعمل	0	0	1	1	0	0
المؤشر B يشير إلى أن مستوى المياه وصل لهذه الأوسط والمؤشر A لا يشير لشيء وبالتالي الصنبور X مفتوح والفوهة Y مفتوحة للحفاظ على نظافة المسبح المؤشر B يشير إلى أن مستوى المياه وصل لهذه الأوسط والمؤشر C لا يشير إلى أن مستوى المياه وصل إلى هذه الأدنى وهنا لاحظ أن المؤشر C معطل وبالتالي الإنذار يعمل وهنا لابد من إغلاق الصنبور X (حسب الفرض)	0	1	0	0	1	1
المؤشر B يشير إلى أن مستوى المياه وصل لهذه الأوسط المؤشر A لا يشير لشيء وبالتالي الصنبور X مفتوح والفوهة Y مفتوحة للحفاظ على نظافة المسبح والإنذار لا يعمل	0	1	1	1	1	0
المؤشر A يشير إلى أن مستوى المياه وصل لهذه الأعلى وبالتالي الصنبور X مغلق والفوهة Y مفتوحة، المؤشر A يشير إلى أن مستوى المياه وصل لهذه الأعلى والمؤشر B لم يشير إلى أن مستوى المياه وصل إلى هذه الأوسط وكذلك المؤشر C لم يشير إلى أن مستوى المياه وصل إلى هذه الأدنى وهنا لاحظ أي المؤشران B,C معطلان وبالتالي الإنذار لا يعمل	1	0	0	0	1	1
المؤشر A يشير إلى أن مستوى المياه وصل لهذه الأعلى وبالتالي الصنبور X مغلق والفوهة Y مفتوحة، المؤشر A يشير إلى أن مستوى المياه وصل لهذه الأعلى والمؤشر B لم يشير إلى أن مستوى المياه وصل إلى هذه الأوسط وهنا لاحظ أي المؤشر B معطل والإنذار يعمل	1	0	1	0	1	1

تطلب ورقياً من المكتبة الجامعية
المكتبة الجامعية الافتراضية السورية
Scanned by CamScanner

A	B	C	X	Y	Z
1	1	0	0	1	1

- المؤشر A يشير إلى أن مستوى المياه وصل لحده الأعلى وبالتالي الجسر X مغلق والفوهة Y مفتوحة ، المؤشر A يشير إلى أن مستوى المياه وصل لحده الأعلى ، المؤشر C لم يشير إلى أن مستوى المياه وصل لحده الأدنى وهذا خطأ أي المؤشر C معطل وبالتالي الإنذار يعمل

A	B	C	X	Y	Z
1	1	1	0	1	0

- المؤشر A يشير إلى أن مستوى المياه وصل لحده الأعلى وبالتالي الجسر X مغلق والفوهة Y مفتوحة ، المؤشر A يشير إلى أن مستوى المياه وصل لحده الأعلى وقبل ذلك المؤشر B أشار إلى أن مستوى المياه وصل لحده الأوسط وقبل ذلك المؤشر C أشار إلى أن مستوى المياه وصل إلى هذه الأدنى مما يعني أن المؤشرات تعمل بشكل صحيح ومن ثم الإنذار لا يعمل

ثانياً: استنتاج شكل البول X,Y,Z

شكل البول X بالاستعانة بالجدول السابق يكون كما يلي: (سوف نضيف أعمدة للمتمات A,B,C)

A	$\bar{A}$	B	$\bar{B}$	C	$\bar{C}$		X
0	1	0	1	0	1		1
0	1	0	1	1	0		1
0	1	1	0	0	1		0
0	1	1	0	1	0		1
1	0	0	1	0	1		0
1	0	0	1	1	0		0
1	0	1	0	0	1		0
1	0	1	0	1	0		0

نظف ورقيا من المكتبة الجامعية

Scanned by CamScanner

مجموع كل الحدود الأصغرية في B والتي تعطي X العمقية "1" = X(A,B,C)

$$X(A,B,C) = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C}$$

بالاستفادة من الجدول الأخير

$$X(A,B,C) = m_0 + m_1 + m_3$$

شكل الدالة Y بالاستعانة بالجدول الكبير المفصل يكون لدينا (سوف نضيف أعمدة للحدات A,B,C)

A	$\bar{A}$	B	$\bar{B}$	C	$\bar{C}$		Y
0	1	0	1	0	1		0
0	1	0	1	1	0		0
0	1	1	0	0	1		1
0	1	1	0	1	0		1
1	0	0	1	0	1		1
1	0	0	1	1	0		1
1	0	1	0	0	1		1
1	0	1	0	1	0		1

مجموع كل الحدود الأصغرية في B والتي تعطي الدالة Y العمقية "1" = Y(A,B,C)

$$Y(A,B,C) = \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$

بالاستفادة من الجدول الأخير

$$Y(A,B,C) = m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7$$

شكل الدالة Z بالاستعانة بالجدول الكبير المفصل يكون لدينا:

(سوف نضيف أعمدة للحدات A,B,C)

المكتبة الجامعية للحديثة الطلابية
تطلب ورقياً من المكتبة الجامعية
Scanned by CamScanner

A	$\bar{A}$	B	$\bar{B}$	C	$\bar{C}$		Z
0	1	0	1	0	1		0
0	1	0	1	1	0		0
0	1	1	0	0	1		1
0	1	1	0	1	0		0
1	0	0	1	0	1		1
1	0	0	1	1	0		1
1	0	1	0	0	1		1
1	0	1	0	1	0		0

مجموع كل الحدود الأصغرية في B والتي تعطي الدالة Z القيمة "1" $Z(A,B,C) = "1"$

$$Z(A,B,C) = \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + AB\bar{C}$$

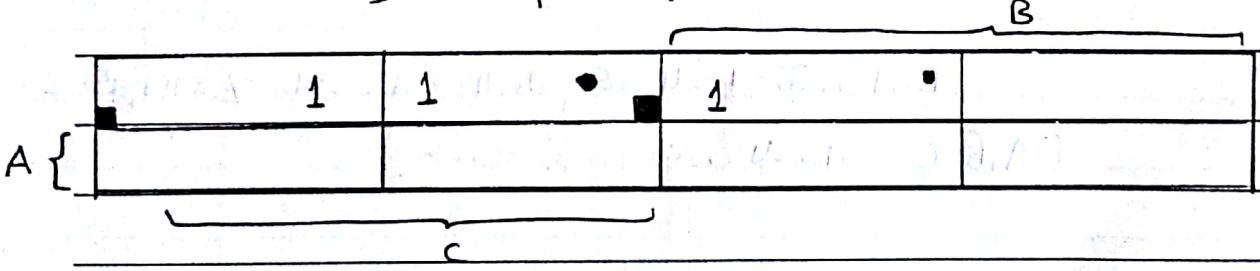
بالاستفادة من الجدول السابق

$$Z(A,B,C) = m_2 + m_4 + m_5 + m_6$$

ثالثاً: الدارة المنطقية المراد تصميمها نريدها أمثلية (مثلى) لذلك نبسط الدوال Z, Y, X ونستخدم في التبسيط مخطط كارنوف:

تبسيط الدالة X: واضح أن الدالة X مكتوبة على صورة مجموع لحدود أصغرية

نرسم مخطط كارنوف الذي عدد خلاياه $2^3 = 8$ ونقوم مباشرة بوضع العلامة (1) ضمن الخلايا الممثلة للحدود الأصغرية الموجودة في X ومن هنا نجد:



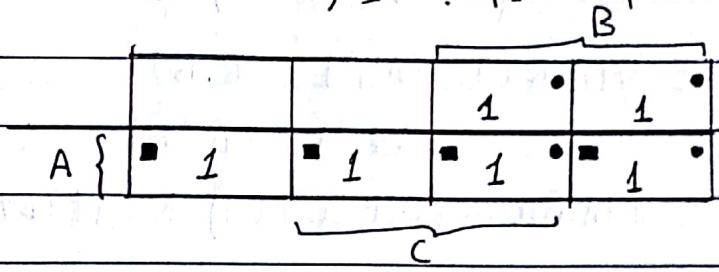
الآن نأتي للفهم من أجل ذلك:

المكتبة الجامعية للحلول الطلابية
تطلب ورقياً من المكتبة الجامعية
Scanned by CamScanner

- يكن ضم الخليتين الموضحة بالعلامة ■ في الخطوط وناتج الضم يمثل بـ $A\bar{B}$
- يكن ضم الخليتين الموضحة بالعلامة • في الخطوط وناتج الضم يمثل بـ $\bar{A}c$
- تم ضم جميع الخلايا المعلمة بالعلامة (1) وعليه يكون تبسيط X :

$$X(A,B,c) = A\bar{B} + \bar{A}c$$

◀ تبسيط الدالة Y : واضح أن الدالة Y مكتوبة على صورة مجموع لحدود أصغرية نشئ مخطط كارنوف الذي عدد خلاياه $8 = 2^3$ ونقوم مباشرة بوضع العلامة (1) ضمن الخلايا الممثلة للحدود الأصغرية الموجودة في Y ومن هنا نجد أن :

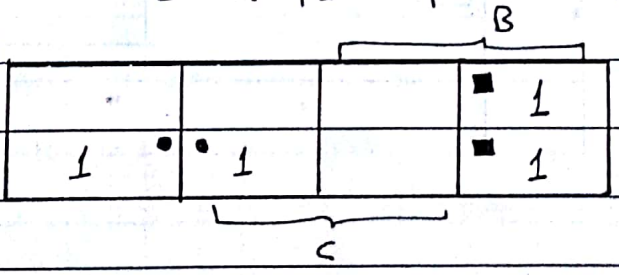


الآن نأتي للضم ومن أجل ذلك :

- يكن ضم الخلايا الموضحة بالعلامة ■ في الخطوط وناتج ضم الخلايا يمثل بـ A .
- " " " " " " " " • " " " " " " B .
- تم ضم جميع الخلايا المعلمة بالعلامة (1) وعليه يكون تبسيط الدالة Y هو :

$$Y(A,B,c) = A + B$$

◀ تبسيط الدالة Z : واضح أن الدالة Z مكتوبة على صورة مجموع لحدود أصغرية نشئ مخطط كارنوف الذي عدد خلاياه $8 = 2^3$ ونقوم مباشرة بوضع العلامة (1) ضمن الخلايا الممثلة للحدود الأصغرية الموجودة في Z ومن هنا نجد أن :



الآن نأتي للضم ومن أجل ذلك .

المكتبة الجامعية للخدمات الطلابية
تطلب ورقياً من المكتبة الجامعية
Scanned by CamScanner

يكتفي بالتين إحداهما بالعلامة ■ في الخطوط وباقي الضم مثل: $B\bar{C}$

$A\bar{B}$ " " " " " " " " " " " "

ثم نضم جميع الدارات المحققة بالعلامة (1) وعليه يكون تبسيط الدالة Z هو:

$$Z(A,B,C) = B\bar{C} + A\bar{B}$$

كما يمكن إعادة المنطقية المراد تصميمها (لزيد تصميم الدارة المنطقية بكاملة بواسطة الـ NAND فقط) لذلك نكتب الدوال X, Y, Z بكاملة بواسطة NAND:

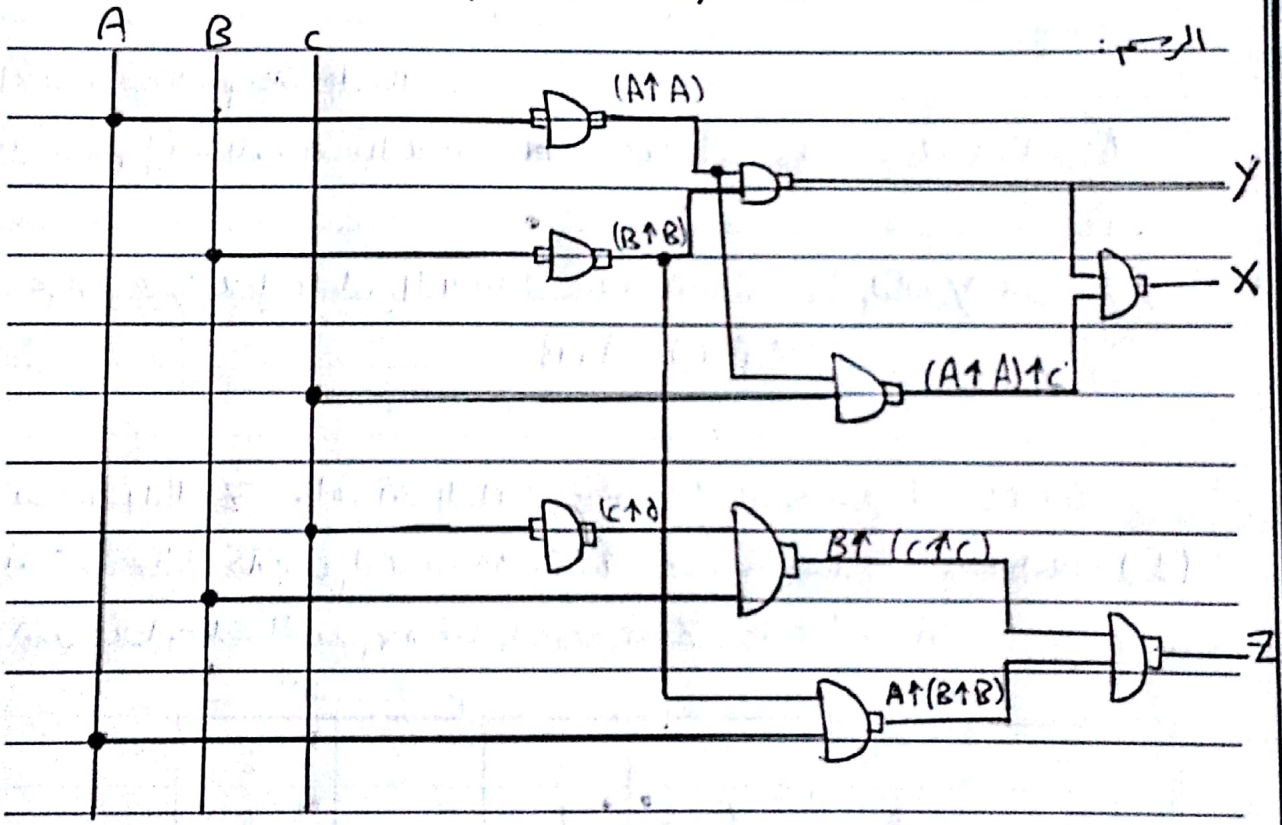
$$X(A,B,C) = ((A \uparrow A) \uparrow (B \uparrow B)) \uparrow ((A \uparrow A) \uparrow C)$$

$$Y(A,B,C) = (A.A) + (B.B)$$

$$= (A \uparrow A) \uparrow (B \uparrow B)$$

$$Z(A,B,C) = (B \uparrow (C \uparrow C)) \uparrow (A \uparrow (B \uparrow B))$$

الرسم:



المكتبة الجامعية للدراسات الطلابية
تطلب ورقياً من المكتبة الجامعية
Scanned by CamScanner

تعريف: مجموعة جزئية للترابط: نقول أن $(\beta, +, \times, -)$ جبراً بولينياً عندئذٍ نقول عن مجموعة من العناصر والعمليات والدوال على ذلك الجبر البولياني (مثل "0" و"1" و"↑" و"↓" و"⊕" و"⊗" و"+" و.... الخ) أنها مجموعة تامة للترابط إذا استطعنا التعبير بدلالة عناصرها عن العمليات الأساسية "−" و"+" و"×" في الجبر البولياني المدروس.

أمثلة:

1) ناقش صحة القول: إن المجموعة $\{\uparrow\}$ تامة للترابط ؟؟

المناقشة: بالعودة الخاصة (9) من خواص المؤثر "↑" نجد أن المجموعة $\{\uparrow\}$ تامة للترابط والمقولة صحيحة.

2) ناقش صحة القول: إن المجموعة $\{\downarrow\}$ تامة للترابط ؟؟

المناقشة: بالعودة الخاصة (3) من خواص المؤثر "↓" نجد أن المجموعة $\{\downarrow\}$ تامة للترابط والمقولة صحيحة.

3) ناقش صحة القول: إن المجموعة $\{-, \rightarrow\}$ تامة للترابط ؟؟

المناقشة: بفرض أن $(\beta, +, \times, -)$ جبراً بولينياً، عندئذٍ من أجل كل $a, b \in \beta$ فإن: $\bar{\bar{a}} = a$ □ "أي عملية تتم من عناصر المجموعة المفروضة"

□ $a + b = (a \vee b) = (\bar{\bar{a}} \vee b) = (\bar{a} \rightarrow b) \Rightarrow a + b = (\bar{a} \rightarrow b)$

□ $a \cdot a = \overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b} = \bar{a} \vee \bar{b} = a \rightarrow \bar{b}$

$\Rightarrow a \cdot b = \overline{a \rightarrow \bar{b}}$

ما سبق نستنتج أن المجموعة $\{-, \rightarrow\}$ تامة للترابط والمقولة صحيحة.

4) ناقش صحة القول: إن المجموعة $\{0, \rightarrow\}$ تامة للترابط ؟؟

المناقشة: بفرض أن $(\beta, +, \times, -)$ جبراً بولينياً، عندئذٍ من أجل كل $a, b \in \beta$ فإن:

المكتبة الجامعية للحديثات الطلابية تطلب ورقياً من المكتبة الجامعية

Scanned by CamScanner

- $\bar{a} = \bar{a} + 0 \equiv (\bar{a} \vee 0) \equiv (a \to 0) \Rightarrow \boxed{\bar{a} \equiv (a \to 0)}$

تكتب بصيغة الصفر حيادي الجمع

- $a + b \equiv (a \vee b) = (\bar{a} \vee b) \equiv (\bar{a} \to b) \equiv ((a \to 0) \to b)$

$$\Rightarrow \boxed{a + b = ((a \to 0) \to b)}$$

- $a.b = \overline{a.b} = \overline{\bar{a} + \bar{b}} \equiv \overline{\bar{a} \vee \bar{b}} \equiv (\bar{a} \vee \bar{b}) \to 0 \equiv (a \to \bar{b}) \to 0$

$$\equiv ((a \to (b \to 0)) \to 0) \Rightarrow \boxed{a.b = ((a \to (b \to 0)) \to 0)}$$

مما سبق نستنتج أن المجموعة $\{0, \to\}$ تامة للترابط والمقولة صحيحة.

5) ناقش صحة القول: إن المجموعة $\{1, 0, -, Maj\}$ تامة للترابط ؟؟

المناقشة: نفرض أن $(\beta, +, \alpha, -)$ حيز بوليانية عنصر ما من أجل كل $a, b \in \beta$ فإن:

- $\bar{a} = \bar{a}$ "لأن عملية النفي من عناصر المجموعة المفروضة"
- $a + b = ab + b1 + 1a = Maj(a, b, 1)$
- $a.b = a.b + b.0 + 0.a = Maj(a, b, 0)$

مما سبق نستنتج أن المجموعة $\{1, 0, -, Maj\}$ تامة للترابط والمقولة صحيحة.

وظيفة: بين فيما إذا كانت المجموعات التالية تام للترابط أم لا:

- $\{0, 1\}$ *
- $\{NOT\}$ * $\{Maj\}$ *
- $\{0, \oplus\}$ * $\{+, 1, \oplus\}$ *
- $\{\to, \leftrightarrow\}$ *
- $\{\vee, 0\}$ *

انتهت المحاضرة (21)

المكتبة الجامعية للحلبات الطلابية
تطلب ورقياً من المكتبة الجامعية
Scanned by CamScanner