# المحاضرة الأولى

/ /

- تعريف التبولوجيا : كلمة تعني دراسة علم المكان أو الفراغ
- تعميم لمفهوم المسافة في الفراغ
- خواص المسافة :

1) المسافة بين نقطتين في الفراغ غير سالبة.

2) إذا كانت المسافة بين نقطتين لا تساوي الصفر فالنقطتين مختلفتين وبالعكس إذا كانت النقطتان مختلفتين فالمسافة بينهما لا تساوي الصفر.

3) المسافة بين A و B تساوي المسافة بين B و A

4) متراجحة المثلث : طول ضلع المثلث AB أصغر أو يساوي مجموع طولي الضلعين الآخرين

★★ تعريف الفضاء المتري :

ليكن X مجموعة غير خالية . نعرف التابع :

$$d : X \times X \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$(x,y) \longmapsto d(x,y)$$

عندئذ نقول عن d أنه تابع مسافة على X إذا حقق الشروط الأربعة التالية :

1) $d(x,y) \geq 0$ (المسافة غير سالبة)

2) $d(x,y) = 0 \iff x = y$ أو

$(d(x,y) \neq 0 \iff x \neq y)$

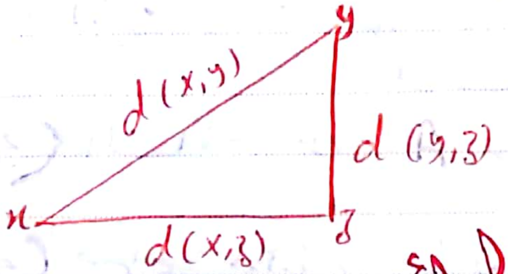
3) $d(y,x) = d(x,y)$ (الخاصة التناظرية للمسافة)

(4

$$\forall\, x, y, z \in X$$

$$d(x,y) \leq d(x,z) + d(z,y)$$

* فإذا التابع $d$ حقق الشروط الأربعة نقول أنه مسافة على $X$ ونقول أن $(X,d)$ فضاء متري.




## " الفضاء المتري الجزئي "

- إذا كان $(X,d)$ فضاءً مترياً وكانت $\emptyset \neq Y \subseteq X$ فعندئذٍ نكون:

$$d_Y : Y \times Y \longrightarrow \mathbb{R}$$

نلاحظ أن التابع $d_Y$ مقصور $d$ على $Y \times Y$

أي $d_Y(x,y) = d(x,y)$

$(x,y) \in Y \times Y$

إذاً $d_Y$ مسافة وضوحاً لأن $d$ مسافة

ويكون $(Y, d_Y)$ فضاء متري جديد يدعى الفضاء المتري الجزئي.

**مثال:** لنأخذ الفضاء الحقيقي المألوف حيث $d(x,y) = |x-y|$ لكل عددين حقيقيين $x, y$ عندئذٍ $(N, d)$ فضاء متري جزئي من الفضاء $(R, d)$.

Scanned by CamScanner

/ /

" المقصور بشكل عام "

إذا كان لدينا تابع

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$

بحيث $f(x) = x^2$

وأردنا مقصور التابع $f$ على $Q$ نكتب :

$$f_Q(x) = f(x) = x^2$$

بحيث $x \in Q$

" خديجة الرفاعي , رشا القرصه "