

نتيجة الأجل أي فئة لا يوجد للدالي المطابق $I_p: l \rightarrow l$
 $\forall x \in \text{ob}(l), I_p(x) = x$

② تمهيدية:

ليكن l_1, l_2, l_3 فئات و $F: l_1 \rightarrow l_2$ و $G: l_2 \rightarrow l_3$ دوال مباشرة (غير مباشرة) عندئذ:
 $G \circ F: l_1 \rightarrow l_3$ هو دالي مباشر

الدهان: لنعرف $G \circ F$ من خلال تطبيق الأشياء:

لدينا $(l_1) \rightarrow \text{ob}(l_2)$ و $F: \text{ob}(l_1) \rightarrow \text{ob}(l_2)$ و $G: \text{ob}(l_2) \rightarrow \text{ob}(l_3)$ و حينئذ:
 $G \circ F: \text{ob}(l_1) \rightarrow \text{ob}(l_3)$

$$\forall x \in \text{ob}(l_1); G \circ F(x) = G(F(x))$$

و تطبق المورفيزمات:

لأجل كل مورفيزم $u: A \rightarrow B$ للفئة لا يوجد $F: l_1(A, B) \rightarrow l_2(F(A), F(B))$
 و يوجد $G: l_2(F(A), F(B)) \rightarrow l_3(G(F(A)), G(F(B)))$

$$\Rightarrow G \circ F_{A, B}: l_1(A, B) \rightarrow l_3(G(F(A)), G(F(B)))$$

$$\forall A \in \text{ob}(l_1): G \circ F(I_A) = G(F(I_A)) = G(I_{F(A)}) = I_{G(F(A))} = I_{G \circ F(A)}$$

$$\forall u, v \in \text{Mor}(l_1): G \circ F(v \circ u) = G(F(v \circ u)) = G(F(v) \circ F(u)) \\ = G(F(v)) \circ G(F(u)) = G \circ F(v) \circ G \circ F(u)$$

نتيجة:

تركيب دالتين أحدهما مباشر والآخر غير مباشر هو دالي غير مباشر

③ تمهيدية:

ليكن $F: l_1 \rightarrow l_2$ دالي. إذا كان u المورفيزم للفئة l_1 فإني $F(u)$ المورفيزم للفئة l_2 .

الدهان: لنفرض أنه $u: A \rightarrow B$ المورفيزم للفئة l_1 يوجد مورفيزم

$$v: B \rightarrow A \text{ للفئة } l_1 \text{ بحيث } v \circ u = I_A \text{ و } u \circ v = I_B$$

$$F(v): F(B) \rightarrow F(A) \text{ و } F(u): F(A) \rightarrow F(B) \text{ مورفيزمات للفئة } l_2$$

$$F(u) \circ F(v) = F(u \circ v) = F(I_B) = I_{F(B)}$$

$$F(v) \cdot F(w) = F(v \cdot w) = F(I_A) = I_{F(A)}$$

وحيث $F(v)$ ايزومورفيزم للفضة v .

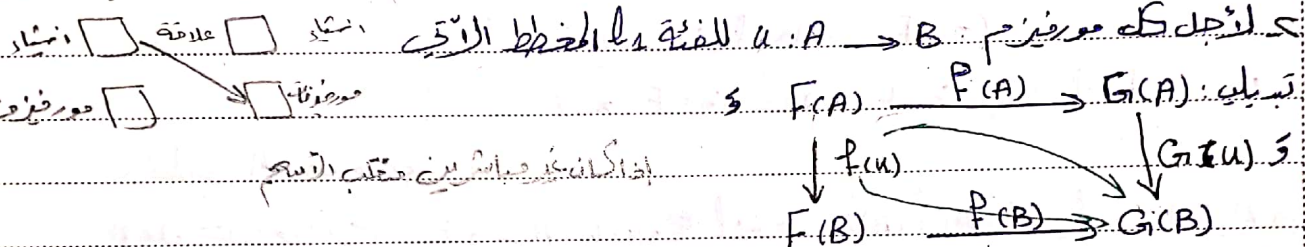
* المورفيزم الدالي *

(8) تعريف ليكن $F, G: L_1 \rightarrow L_2$ دالين، نقول إن F إنتهى بوجود لدينا مورفيزم دالي

$F \rightarrow G$ إذا تحقق:

$$F(A) \cdot F(A) \rightarrow G(A) \quad \text{حيث } A \in \text{ob}(L_1)$$

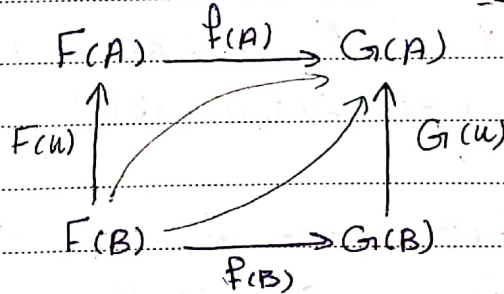
مورفيزم للفضة v_1



أي أنه $G(w) \cdot F(A) = F(B) \cdot F(w)$ في حالة المباشرة

في حالة غير مباشرة

لأنه ك مورفيزم
يوجد دالين
مباشرة وغير مباشرة



فيما عدا ذلك
لأنه ك مورفيزم يوجد
مورفيزم بين دالين

ونقول عن المورفيزم الدالي F إنه المورفيزم دالي إذا كان المورفيزم $F(A)$ ايزومورفيزم وذلك لأن $A \in \text{ob}(L_1)$ (يوجد v في المباشرة v)

* مبرهنة *

ليكن L فئة عندئذٍ لأن كل مورفيزم $w: X \rightarrow X'$ للفضة L يوجد

1- مورفيزم دالي $f: h_{X'} \rightarrow h_X$

2- مورفيزم دالي $g: \hat{h}_X \rightarrow \hat{h}_{X'}$

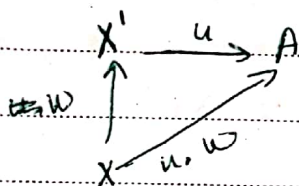
التيان لتقضي أنه $w: X \rightarrow X'$ مورفيزم للفضة L

1- عندئذٍ يوجد دوال مباشرة $L \rightarrow \text{sets}$ لتعرف $h_X, h_{X'}$

ليكن $A \in \text{ob}(L)$ ولنفس $F(A): h_X(A) \rightarrow h_{X'}(A)$

$$f(A) : \mathcal{L}(X', A) \rightarrow \mathcal{L}(X, A)$$

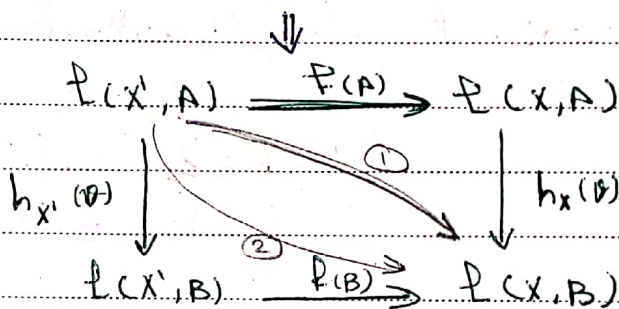
$$\forall u \in \mathcal{L}(X', A) \rightarrow f(A)(u) = u \cdot w$$



ليكن $\vartheta : A \rightarrow B$ مورفيزم للفترة \mathcal{L}

$$h_{X'}(A) \xrightarrow{f(A)} h_X(A)$$

$$\begin{array}{ccc} h_{X'}(A) & \xrightarrow{f(A)} & h_X(A) \\ \downarrow h_{X'}(\vartheta) & & \downarrow h_X(\vartheta) \\ h_{X'}(B) & \xrightarrow{f(B)} & h_X(B) \end{array}$$



$$\textcircled{1} \forall \lambda \in \mathcal{L}(X', A) ; h_X(\vartheta) \cdot f(A)(\lambda) = h_{X'}(\vartheta) (f(A)(\lambda))$$

$$= h_X(\vartheta)(\lambda \cdot w) = \vartheta(\lambda \cdot w)$$

مورفيزم $X \times w$

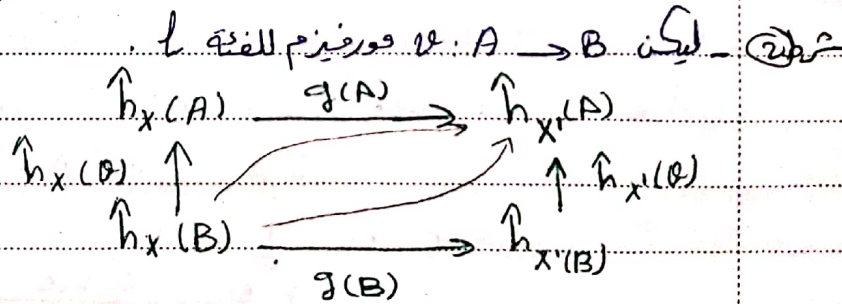
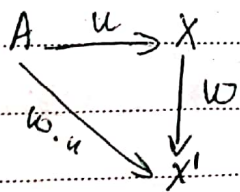
$$\textcircled{2} f(B) \cdot h_{X'}(\vartheta)(\lambda) = f(B)(h_{X'}(\vartheta)(\lambda)) = f(B)(\vartheta \cdot \lambda) = (\vartheta \cdot \lambda) \cdot w = \vartheta(\lambda \cdot w)$$

$$h_X(\vartheta) \cdot f(A) = f(B) \cdot h_{X'}(\vartheta)$$

وحيث

أي أنه f مورفيزم ذلك
 = توجد دالة غير مباشرة
 $g : \hat{h}_X \rightarrow \hat{h}_{X'}$ حيث $\hat{h}_X, \hat{h}_{X'} : \mathcal{L} \rightarrow \text{sets}$
 $g(A) : \hat{h}_X(A) \rightarrow \hat{h}_{X'}(A)$ حيث $A \in \text{ob}(\mathcal{L})$
 $g : \mathcal{L}(A, X) \rightarrow \mathcal{L}(A, X')$

$$\forall u \in \mathcal{L}(A, X) : g(A)(u) = \underline{w \cdot u}$$



$$\forall \lambda \in \hat{h}_x(B) = P(B, x)$$

$$- g(A) \cdot \hat{h}_x(\vartheta)(\lambda) = g(A)(\hat{h}_x(\vartheta)(\lambda)) = g(A)(\lambda, \vartheta) = w_0(\lambda, \vartheta)$$

x و مورفزم

$$\begin{aligned} - \hat{h}_x(\vartheta) \cdot g(B)(\lambda) &= \hat{h}_x(\vartheta)(g(B)(\lambda)) = \hat{h}_x(\vartheta)(w, \lambda) \\ &= (w, \lambda) \cdot \vartheta = w_0(\lambda, \vartheta) \end{aligned}$$

مورفزم دالي $g(A) \cdot \hat{h}_x(\vartheta) = \hat{h}_x(\vartheta) \cdot g(B)$ تمهيدية

ليكن g_1, g_2 فئتين عندئذ لايجل كل دالي مباشر $g_1, g_2 \rightarrow F$ يوم مورفزم دالي وطابق

$$I_F: F \rightarrow F$$

لاجل كل دالي غير مباشر $F \rightarrow g_2$

$$I_F: F \rightarrow F$$

5.3 المورفزمات الدالية

تعريف ليكن $g_1 \rightarrow g_2, F, G$ دوال نقول انهُ موجود لدينا مورفزم دالي

$$P: F \rightarrow G$$

اذا كانت $A \in \text{ob}(g_1)$ فانه $P(A) \in \text{ob}(g_2)$ مورفزم للفئة $P(A): F(A) \rightarrow G(A)$

ملاحظة ونقول عن المورفزم الدالي P انه ايزومورفزم دالي اذا كان لا احد $A \in \text{ob}(g)$ فانه المورفزم $P(A): F(A) \rightarrow G(A)$ ايزومورفزم

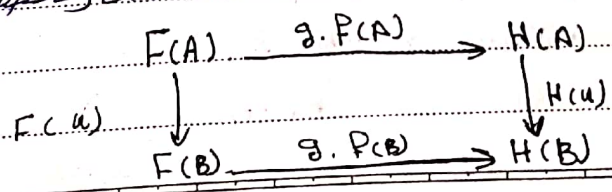
تمهيدية. ليكن $g_1 \rightarrow g_2, F, G, H$ دوال و $g: G \rightarrow H$ مورفزمات دالية عندئذ

$$g \cdot P: F \rightarrow H$$

البيان (1) ليكن $A \in \text{ob}(g_1)$ عندئذ $P(A): F(A) \rightarrow G(A)$ مورفزم للفئة g_2 و ايمرنا $g(A): G(A) \rightarrow H(A)$ مورفزم للفئة g_2 و فانه

$$g \cdot P(A) = g(A) \cdot P(A): F(A) \rightarrow H(A)$$

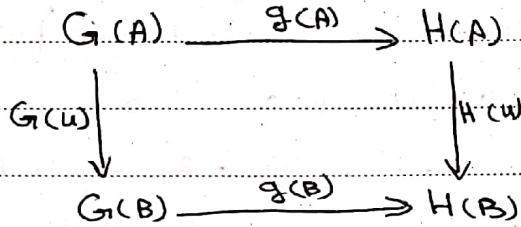
البيان (2) ليكن $u: A \rightarrow B$ مورفزم للفئة g_1 ولنرض عن ان المخطط التالي يتحول



$$H(u) \cdot (g \cdot f(A)) = (g \cdot f(B)) \cdot F(u) \Rightarrow H(u) \cdot (g \cdot f(A)) = H(u) \cdot (g(A) \cdot f(A))$$

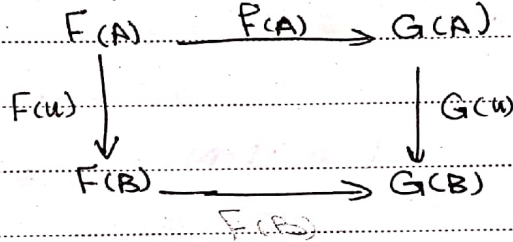
$$\Rightarrow = (H(u) \cdot g(A)) \cdot f(A)$$

ولما كان g مورفزم دالي فإنه لأجل المورفزم $u: A \rightarrow B$ المخطط الآتي تسيطر



$$H(u) \cdot g(A) = g(B) \cdot G(u)$$

أيضاً لما كان f مورفزم دالي فإنه لأجل المورفزم $u: A \rightarrow B$ المخطط الآتي تسيطر



أشياءه دالة

$$G(u) \cdot f(A) = f(B) \cdot F(u)$$

$$= (g(B) \cdot f(B)) \cdot F(u) = (g \cdot f(B)) \cdot F(u)$$

وهو $g \cdot f$ مورفزم دالي

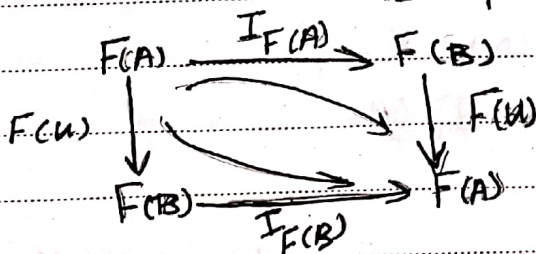
١٠) تعريف ليكن $f: A \rightarrow B$ دالية مباشرة، أتت أنه دالية مورفزم $I_f: F \rightarrow F$ دالي

$$\forall A \in \text{ob}(F), I_f(A): F(A) \rightarrow F(A) \quad \text{شرط الأول} \quad \textcircled{1}$$

$$I_f(A) = I_{F(A)}$$

١١) شرط الثاني: ليكن $u: A \rightarrow B$ مورفزم للفقرة

لست أنه المخطط الآتي تسيطر



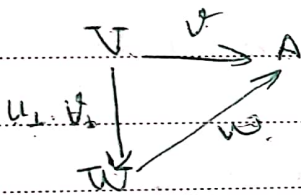
$$F(u) \cdot I_f(A) \stackrel{?}{=} I_f(B) \cdot F(u) \Rightarrow F(u) \cdot I_f(A) = F(u) \cdot I_{F(A)} = F(u)$$

$$= I_{F(B)} \cdot F(u) = I_f(B) \cdot F(u)$$

وهو I_f مورفزم دالي يساوي المورفزم الدالي f

التاريخ: 1/6/1

الموضوع:



دعونا نرى أن $w \circ (u.v) = (w.u).v = u.v = v$
فقط:
دعونا نرى أن $w \circ v = v$ أي أنه العلاقة (\circ) متعدية.