- لنرض أن مجموعة جميع المجموعات مجموعة ولنكن U

- $B = \{ A : A \in U \ , \ A \notin A \} \therefore B \in U$

- هل $B \in B$ ...؟! نلاحظ أن: $B \notin B \Leftrightarrow B \in B$ هذا تناقض

- $\Leftarrow$ لاليست مجموعة بل نسميها صف.

- نتعامل مع الصفوف كالتعامل مع المجموعة من حيث (الاجتماع - التقاطع - الفرق ...)

- طالما معرفة من خلال الانتماء . الزمرة هي مجموعة غير خالية مزودة بعامل تشكيل داخلي يحقق مجموعة من الشروط (تجميع ، تذكرة

الفئات:

- تعريف: نقول إنه لدينا فئة $\mathcal{C}$ إذا كان لدينا:

- 1- صف أشياء تسمى عناصر الفئة ونرمز لها $ob(\mathcal{C})$ $(A, B, C, \dots)$

- 2- صف المورفيزمات $Mor(\mathcal{C})$: ويتألف من جميع الأسهم الممكنة بين أشياء الفئة ونرمز لكل منها: $A \longrightarrow B$ حيث $A, B \in ob(\mathcal{C})$

- الصفان يحققان معاً:

- 1) $\forall A, B \in ob(\mathcal{C})$ فإن:

$$Hom_{\mathcal{C}}(A, B) = \mathcal{C}(A, B)$$ الأسهم

مجموعة ..

- 2) لأجل كل $A, B, D \in ob(\mathcal{C})$

يوجد تطبيق

$$\cdot : \mathcal{C}(A, B) \times \mathcal{C}(B, D) \longrightarrow \mathcal{C}(A, D)$$

$$(f, g) \longmapsto g \cdot f$$

Subject : / /

$$\begin{tikzcd} A \arrow[r, "f"] \arrow[dr, "g.f"'] & B \arrow[d, "g"] \\ & D \end{tikzcd}$$

يسمى تركيب المورفيزمات ويحقق :

١) أياً كانت $f,g,h \in Mor(\ell)$ فإن

$$(f.g).h = f.(g.h)$$

٢) أياً كان $A \in ob(\ell)$ يوجد مورفيزم المطابقة

$I_A : A \to A$ الذي يحقق :

$$\begin{tikzcd} A \arrow[r, "I_A"] \arrow[dr, "g.I_A"] & A \arrow[d, "g"] \\ D \arrow[u, "f"] \arrow[ur, "I_A.f"] & C \end{tikzcd}$$

لأجل كل مورفيزم $f\,D \to A$ للفئة ℓ

فإن $I_A . f = f$

ولأجل كل مورفيزم للفئة ℓ $g : A \to C$ فإن

$$g . I_A = g$$

٣) أياً كان $A, A', B, B' \in ob(\ell)$

حيث $(A,B) \neq (A',B')$

فإن

$$\ell(A,B) \cap \ell(A',B') = \emptyset$$

تعريف. لتكن ℓ فئة عندئذ لأجل كل $A \in ob(\ell)$ فإن المورفيزم

المطابق I_A وحيد ...

Subject : / /

البرهان:

لنفرض أن كلاً من

$$I_A : A \longrightarrow A$$

$$I'_A : A \longrightarrow A$$

مورفيزم مطابق عندئذٍ:

$$I_A = I_A \cdot I'_A = I'_A$$

الفئة الجزئية:

ـ لتكن $\mathcal{C}$ فئة نقول إن $\mathcal{C}'$ فئة جزئية من الفئة $\mathcal{C}$ إذا كان:

١ـ $ob(\mathcal{C}') \subset ob(\mathcal{C})$

٢ـ $Mor(\mathcal{C}') \subset Mor(\mathcal{C})$

$\forall A, B \in ob(\mathcal{C}')$;

$$\mathcal{C}'(A,B) \subset \mathcal{C}(A,B)$$

٣ـ ترتيب المورفيزمات في $\mathcal{C}'$ هو ذاته ترتيب المورفيزمات في الفئة $\mathcal{C}$

٤ـ المورفيزمات المطابقة في $\mathcal{C}'$ هي ذاتها المورفيزمات المطابقة في $\mathcal{C}$.

ونقول عن الفئة $\mathcal{C}'$ الجزئية إنها تامة في الفئة $\mathcal{C}$ إذا كان:

$$\mathcal{C}'(A,B) = \mathcal{C}(A,B)$$

مهما كان $A, B \in ob(\mathcal{C}')$

مثال: فئة الزمر الدوارة هي فئة جزئية في فئة كل الزمر.

Scanned by CamScanner

Subject :

الفئة الثنوية :

لتكن $\mathcal{C}$ فئة ، الفئة الثنوية للفئة $\mathcal{C}$ نرمز لها $\mathcal{C}^\circ$ و

تتألف من :

$$ob(\mathcal{C}^\circ) = ob(\mathcal{C})$$

$\forall A, B \in ob(\mathcal{C}^\circ)$;

$$\mathcal{C}^\circ(A,B) = \mathcal{C}(B,A)$$

(الفئة الثنوية لفئة ما هي التي تعكس فيها الأسهم)

مثال (أي المردودات) : المردود الإسقاطي و الأغمي .

(متباين و المخطط تبديلي)

$$\begin{tikzcd} 0 \arrow[r] & A \arrow[r] \arrow[d, dashed] & B \arrow[dl, dashed] \\ & Q & \end{tikzcd}$$

مردود أغمي .

(غامر و المخطط تبديلي)

$$\begin{tikzcd} & P \arrow[dl, dashed, "\lambda"'] \arrow[d, "g"] & \\ A \arrow[r, "f"'] & B \arrow[r] & 0 \end{tikzcd}$$

مردود إسقاطي :