

معك نحو  
التفخر

**Syria Math Team**



السنة الثانية

العددي 1

المحاضرة 5

تطلب من مكتبة ماهر للخدمات الطلابية - جانب بناء الفيحاء

للتواصل:

هاتف - واتساب: 0991921144

مجموعة الفيسبوك: Syria Math 2019-2023



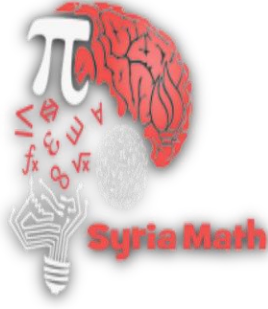
12-11-2019

نظري

◀ دكتور المادة: مرشاد بجاج

◀ عنوان المحاضرة: الاستيفاء

◀ المحاضرة: 11



**المستوى العلمي :** أهلاً بكم أصدقائي سندرس في هذه المحاضرة :

### 1- الاستيفاء لكثيرات الحدود

بفرض لدينا النقاط  $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$  و تمثل  $n + 1$  نقطة مختلفة  
و نعرف مسألة الاستيفاء بأنها عملية إيجاد الدالة  $f$  تمر من هذه النقاط بحيث يتحقق أن  $f(x_i) = y_i$  من  
أجل  $i = 0, 1, \dots, n$   
( ان عدد النقاط المعطاة هي درجة كثيرات الحدود )

• ما نوع الدالة التي نبحت عنها ؟؟؟؟

هي كثيرة حدود

• ما هي درجة كثيرة الحدود المطلوبة ؟؟؟؟

نحدد درجة كثيرة الحدود وفق طريقة إيجاد هذه الدالة ... لكن أدنى درجة يمكن الحصول عليها هي الدرجة  
(n) من أجل (n + 1) نقطة

• هل كثية الحدود الناتجة وحيدة ؟؟؟؟

نعم ، هي وحيدة ....

تعو نفهم شوي ؟؟؟!!!

اذا مثلاً عنا 4 نقاط  $\Leftarrow$  بتكون كثيرة الحدود تبعنا من  
الدرجة 3 ...

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$$

واكيد عنا كتير طرق لإيجاد كثية الحدود واذا طلعتها  
بأي طريقة ثانية لح يكون نفس الجواب هاد شي أكيد...

## طرق الاستيفاء:

## 1. طريقة لاغرانج:

بفرض لدينا  $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$  نقطة مختلفة... عندئذ باستخدام طريقة لاغرانج يمكن الحصول على كثيرة حدود الاستيفاء لهذه النقاط من الدرجة  $(n)$

تعطى كثيرة الحدود بالشكل :

$$P_n(x) = L_0(x)y_0 + L_1(x)y_1 + \dots + L_n(x)y_n$$

حيث  $y_0, y_1, \dots, y_n$  هي قيم الدالة الأصلية عند النقاط  $x_0, x_1, \dots, x_n$  على الترتيب..

$L_0(x), L_1(x), \dots, L_n(x)$  هي مضاريب لاغرانج وهي كثيرات حدود من الدرجة  $n$  على الأكثر و

تعطى بالعلاقة

$$L_0(x) = \frac{(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot \dots \cdot (x - x_n)}{(x_0 - x_1) \cdot (x_0 - x_2) \cdot \dots \cdot (x_0 - x_n)}$$

$$L_1(x) = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_2) \cdot \dots \cdot (x - x_n)}{(x_1 - x_0) \cdot (x_1 - x_2) \cdot \dots \cdot (x_1 - x_n)}$$

$$L_i(x) = \frac{\prod_{j=0, j \neq i}^n (x - x_j)}{\prod_{j=0, j \neq i}^n (x_i - x_j)}$$

كثيرة حدود  
من الدرجة  $n$

عدد

حتى نتأكد من الحل أنه  
صحيح

يجب ألا يكون المقام  
ناتجه (0)

يعني ولا قوس بالمقام  
جوابو (0)

مثال: أوجد كثيرة الحدود الاستيفاء بطريقة لاغرانج التي نستوفي فيها النقاط التالية في الجدول

ثم احسب قيمة تقريبية عند  $x = 1.1$

$i$	0	1	2
$x_i$	-2	0	2
$f(x_i)$	4	2	8

الحل:

ان كثيرة حدود الاستيفاء بطريقة لاغرانج تعطى بالعلاقة

$$P_n(x) = L_0(x)y_0 + L_1(x)y_1 + \dots + L_n(x)y_n$$

لدينا ثلاث نقاط و منه فان  $n = 2$ .... اذا درجة كثيرة الحدود المطلوبة هي (2)

نوجد مضاريب لاغرانج

$$L_0(x) = \frac{(x - x_1) \cdot (x - x_2)}{(x_0 - x_1) \cdot (x_0 - x_2)}$$

$$= \frac{(x - 0) \cdot (x - 2)}{(-2 - 0) \cdot (-2 - 2)}$$

$$= \frac{x(x - 2)}{8} = \frac{1}{8} x(x - 2)$$

ملاحظة: ممنوع  
فك الأقواس  
بالبسط

$$L_1(x) = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_2)}{(x_1 - x_0) \cdot (x_1 - x_2)}$$

$$= \frac{(x - (-2)) \cdot (x - 2)}{(0 - (-2)) \cdot (0 - 2)}$$

$$= \frac{(x + 2) \cdot (x - 2)}{-4}$$

$$= -\frac{1}{4} (x + 2)(x - 2)$$

$$L_2(x) = \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_1)}{(x_2 - x_0) \cdot (x_2 - x_1)}$$

$$= \frac{(x - (-2)) \cdot (x - 0)}{(2 - (-2)) \cdot (2 - 0)}$$

$$= \frac{1}{8} (x + 2)x$$

$$P_2(x) = (4) \cdot \left(\frac{1}{8}\right) \cdot x \cdot (x - 2) + (2) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot (x + 2) \cdot (x - 2) + (8) \cdot \left(\frac{1}{8}\right) \cdot x \cdot (x + 2)$$

$$P_2(x) = \frac{1}{2} x(x - 2) - \frac{1}{2} (x + 2)(x - 2) + x(x + 2)$$

لحساب القيمة التقريبية نعوض  $x = 1.1$  في  $P_2(x)$

$$P_2(1.1) = \frac{1}{2} * 1.1 * (1.1 - 2) - \frac{1}{2} * (1.1 + 2) * (1.1 - 2) + 1.1 * (1.1 + 2)$$

$$P_2(1.1) = 4.31$$

**مثال:** لتكن لدينا النقاط  $(1,0)$ ,  $(-2,3)$ ,  $(3,2)$  أوجد حدودية لاغرانج و استنتج قيمة الحدودية عند  $x^* = 2.5$

**ملاحظة:** عندما تكون قيمة  $y_i = 0$  لا نحسب مضروب لاغرانج المقابل أي إذا كان  $y_0 = 0$  فاننا لا نحسب  $L_0(x)$

### تمرين وظيفية للمحاضرة القادمة

**تمرين:** بفرض لدينا  $f(x) = \sin(0.2x + 4)$  و لدينا  $x_0 = 1.1$ ,  $x_1 = 2.3$ ,  $x_2 = 4.1$

أوجد كثيرة حدود الاستيفاء بطريقة لاغرانج ثم أوجد القيمة التقريبية ل  $\sin(4.24)$

ثم أوجد الخطأ الأعظمي المرتكب و الخطأ النسبي المرتكب في الحساب؟؟؟؟

**انتهت المحاضرة**

اعداد: ابراهيم الخالد - بشير الرمال - رامانا عوض