

معك نحو
التفخر

Syria Math Team



السنة الثانية

العددي 1

المحاضرة 8

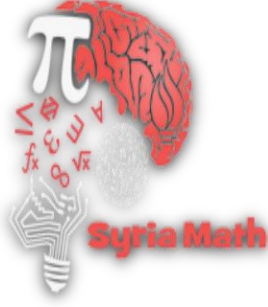
تطلب من مكتبة ماهر للخدمات الطلابية - جانب بناء الفيحاء

للتواصل:

هاتف - واتساب: 0991921144

مجموعة الفيسبوك: Syria Math 2019-2023





نظري

◀ دكتور المادة: مرشاد باج

◀ المحاضرة: الثامنة

◀ عنوان المحاضرة: حل المعادلات

المستوى العلمي : أهلاً بكم أصدقائي سندرس في هذه المحاضرة :

1- طريقة تنصيف المجال

2- طريقة الوضع الخاطئ

3- طريقة نيوتن

طريقة نيوتن:

(تشرط وجود الحل قبل البدء)

تعتمد هذه الطريقة على اختيار تقريبي ابتدائي للجذر ندعوه x_0 و رسم المماس للدالة $f(x)$ عند النقطة $(x_0, f(x_0))$ ونحصل على الجذر التقريبي الجديد من نقطة تقاطع المماس مع المحور ox ، نكرر هذه العملية حتى الحصول على الجذر المطلوب الذي يحقق شرط التوقف المختار

يتم حساب نقطة التقاطع من الدستور التكراري :

$$x_i = x_{i-1} - \frac{1}{m} f(x_{i-1})$$

حيث $m = f'(x_{i-1})$ وهنا يجب مراعاة ألا تكون قيمة المشتق معدومة عند النقطة x_{i-1} لنتمكن من متابعة الحل . وإذا كانت هذه القيمة معدومة فاننا نقول أن طريقة نيوتن فشلت في الوصول الى الحل

ملاحظة: ان فشل طريقة نيوتن في إيجاد الحل لا يعني أن الحل غير موجود و عندها يتم استخدام طريقة

أخرى لإيجاد الحل المطلوب.

مثال:

$$f(x) = x^6 - x - 1$$

بدقة $\varepsilon_x = 10^{-8}$ استخدم التقريب الابتدائي $x_0 = 1.5$

i	x_i	$f(x_i)$	$m = f'(x_i)$	$ x_i - x_{i-1} $
0	1.5	8.890625	44.5625	
1	1.3004909	2.5372645	21.319674	0.1995091
2	1.1814804	0.5384583	12.812868	0.1998105
3	1.13945550	0.0492353	10.524925	0.0420249
4	1.1347775	$5.493557 * 10^{-4}$	10.290183	$4.678 * 10^{-3}$
5	1.13427415	$-3.952 * 10^{-7}$	10.287627	$5.34 * 10^{-5}$
6	1.13472414	$3.83 * 10^{-8}$	10.287627	$1.0 * 10^{-8}$

مساوي طريقة نيوتن:

1. اذا تم اختبار القيمة الابتدائية بجوار نقطة انعطاف الدالة فان هذا يؤدي الى تباعد متتالية التكرار و بالتالي تفشل الطريقة

نقطة الانعطاف ينعدم عندها المشتق الثاني للدالة

2. بما أن العلاقة التكرارية لحساب الجذور تحوي المشتق f' فيجب الانتباه لانعدام هذا المشتق او قريب من الصفر لأن الحالة الأولى تؤدي لفشل الطريقة و الحالة الثانية تجعل القيمة كبيرة جدا بالمقارنة مع القيمة السابقة
3. بعض الدوال تتأرجح حول الجذر مما يؤدي الى تباعد المتتالية

الخطأ الأعظمي المرتكب في طريقة نيوتن:

$$E_{\max} = |x_i - x_{i-1}| \leq \varepsilon$$

تمرين: لتكن لدينا المعادلة $e^x + x = 0$

- استخدم طريقة نيوتن للحصول على جذرين تقريبيين للمعادلة السابقة باستخدام التقريب $x_0 = 0$ واحسب الخطأ المرتكب في كل مرة!!!!!!
- ما هي مرتبة التقارب هذه الطريقة ، أوجد ثابت التقارب <<يؤخذ آخر البحث>>

الحل:

$$f(x) = e^x + x \Rightarrow m = f'(x) = e^x + 1$$

i	x_i	$f(x_i)$	$m = f'(x_i)$	$ x_i - x_{i-1} $	E_{\max}
0	0	1	2		
1	-0.5	0.1065306597	1.6065306597	0.5	0.5
2	-0.56631	0.0013060824	1.5676160824	0.06631	0.06631

$$E_{\max} = |x_i - x_{i-1}| \quad \text{علما أن}$$

وبذلك يكون الجذرين المطلوبين -0.5 و -0.56631

انتهت العاصرة

اعداد: أبرار الخالد - بشير الرمال - راما عوض

المشرف العلمي: نذير تيناوي