

معك نحو
التفخر

Syria Math Team



السنة الثانية

العددي¹

المحاضرة 4

تطلب من مكتبة ماهر للخدمات الطلابية - جانب بناء الفيحاء

للتواصل:

هاتف - واتساب: 0991921144

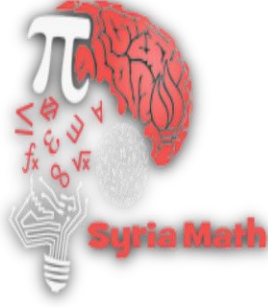
مجموعة الفيسبوك: Syria Math 2019-2023



◀ دكتور المادة: مرشاد بجاج

◀ عنوان المحاضرة: الأخطاء الناتجة

◀ المحاضرة: الرابعة



المحتوى العلمي: أهلاً بكم أصدقائي سندرس في هذه المحاضرة :

1- النوع الثالث : الأخطاء الناتجة عن الدوال واستقرارها :

كيف يمكن أن نعرف أن الدالة مريضة:

ندرس $R(f)$ إذا كانت قيمة صغيرة فنقول إن التابع حالته جيدة أما إذا كانت قيمته كبيرة فنقول إن التابع مريض وكيف يمكن أن نحدد قيمته؟ عن طريق العدد الشرطي الذي سنتعرف عليه الآن:

$$R = f(x + \Delta x) - \frac{f(x)}{f(x)}$$

نضرب ونقسم ب Δx

$$R = \left| \frac{E}{T} \right|$$

الخطأ النسبي للدالة

$$R = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} + \frac{\Delta x}{f(x)}$$

$$= f'(x) * \frac{\Delta x}{f(x)}$$

الآن نضرب ب x و نقسم على x فتصبح :

$$= \frac{f'(x)}{f(x)} * \frac{\Delta x}{x} * x$$

لكن $\frac{\Delta x}{x}$ هو الخطأ النسبي $R(x)$ لـ x

$$\Rightarrow R(f) = x * \frac{f'(x)}{f(x)} * R(x)$$

صغير
العدد الشرطي
صغير

يحدد إذا كانت الدالة معرفة بشكل جيد أم لا $C.N = \left| x * \frac{f'(x)}{f(x)} \right|$

• $0 \leq C.N \leq 1$ العدد الشرطي صغير و الدالة جيدة

• $C.N > 1$ العدد الشرطي كبير و الدالة مريضة

العدد الشرطي

- لكل مسألة العدد الشرطي الخاص بها كما عرفنا العدد الشرطي للدالة يوجد أيضا عدد شرطي للتكامل والتفاضل... الخ
- إذا كان العدد الشرطي صغير فالمسألة المدروسة ندعوها جيدة و هذا يعني النتائج سليمة
- إذا كان العدد الشرطي كبير فان المسألة المدروسة ندعوها بالمريضة و هذا يعني النتائج غير سليمة.

مثال:

لتكن لدينا $f(x) = \sqrt{x}$ أوجد العدد الشرطي لها و ماذا نستنتج!!??

الحل:

$$C.N = \left| x * \frac{f'(x)}{f(x)} \right| ; F(x) = \sqrt{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$C.N = \frac{1}{2} < 1$$

← المسألة جيدة مهما تكن x .

ملاحظة: غالبا ما يرتبط العدد الشرطي بقيمة x و بهذه الحالة ممكن ان تكون الدالة جيدة من أجل قيم و مريضة من أجل قيم أخرى.

مثال:

$f(x) = e^x$ من أجل يأخذ الحاسب ان $x = 10$

$$CN = \left| x * \frac{f'(x)}{f(x)} \right| = x$$

نعوض $x = 10 > 1$

← الدالة مريضة من أجل $x=10$

مثال:

$$f(x) = 99 - 70\sqrt{2}$$

فاذا علمت ان الحاسب يأخذ $\sqrt{2} = 1.4$ اوجد العدد الشرطي !!!

الحل:

$$f(x) = 99 - 70\sqrt{x}$$

$$f'(x) = -\frac{35}{\sqrt{x}}$$

$$CN = \left| 2 * \frac{-\frac{35}{\sqrt{2}}}{99 - 70\sqrt{2}} \right| = \left| 2 * \frac{-\frac{35}{1.4}}{99 - 70(1.4)} \right| = 50 > 1$$

← الدالة مريضة من أجل $\sqrt{2}$ المقرب بالشكل 1.4

و يمكن أخذ فرض أخذ $x = \sqrt{2}$.

- اذا كانت الدالة مريضة يمكن إصلاحها محافظة على مجموعة التعريف أو عندما تكون الدالة مريضة يمكن أن نقوم بإصلاح هذه الدالة ومعالجتها عن طريق الأفكار التي يقدمها التحليل الرياضي. (تنويه: هنالك أكثر من طريقة ليس فقط طريقتين)
 - 1. استخدام التحليل الى جداء عوامل أولية
 - 2. زيادة عدد المنازل العشرية التي يتم الاحتفاظ بها عند التدوير
- يمكن بعد هذه التعديلات المطبقة على الدالة المريضة أن تصبح جيدة وفي بعض الحالات تبقى مريضة عندئذ لا نحاول البحث عن تحسين هذه الدالة

مثال:

$$f(x) = \sqrt{1+x} - \sqrt{x}$$

و $x = 0.01$ رقم مدور الى منزلة عشرية

الحل:

$$f(x) = \sqrt{1+x} - \sqrt{x} * \sqrt{1+x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{x}}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$$

انتهت الحاضرة