

معك نحو
التخرج

Syria Math Team



السنة الثانية

العددي¹

المحاضرة 9

تطلب من مكتبة ماهر للخدمات الطلابية - جانب بناء الفيترباء

للتواصل:

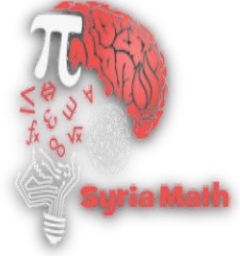
هاتف - واتساب: 0991921144

مجموعة الفيسبوك: Syria Math 2019-2023



3-11-2019

◀ دكتور المادة: مرشا بجاج



◀ عنوان المحاضرة: حل المعادلات

◀ المحاضرة: التاسعة

نظري

المستوى العلمي: أهلاً بكم أصدقائي سندرس في هذه المحاضرة :

1- طريقة التقاطع

2- طريقة تصنيف المجال

3- طريقة نيوتن

1- طريقة القاطع:

تعتمد طريقة القاطع على تقريب ابتدائي مؤلف من نقطتين $(x_0, f(x_0)), (x_1, f(x_1))$ لا يشترط أن تقع x_1, x_0 في جهتين مختلفتين بالنسبة للجذر الفعلي الذي نبحث عن تقريب له لذا بين هذه الطريقة تعتبر من الطرائق التي ليس لها شرط تحقق وجود حل قبل البدء.

في هذه الطريقة نأخذ المستقيم الواصل بين النقطتين $(x_0, f(x_0)), (x_1, f(x_1))$ ومنه نحصل على نقطة تقاطع هذا المستقيم مع المحور ox والتي تمثل x_2 اول تقريب للحل باستخدام هذه الطريقة يتم حساب هذه النقطة من القانون التكراري:

$$x_n = x_{n-1} - \frac{1}{m} f(x_{n-1}) \quad \text{حيث: } n = 2, 3, \dots$$

$$m = \frac{f(x_{n-1}) - f(x_{n-2})}{x_{n-1} - x_{n-2}}$$

مثال: أوجد الجذر التقريبي للدالة $f(x) = x^6 - x - 1$ حيث $x_0 = 1, x_1 = 2$

i	x_i	$f(x_i)$	$ x_i - x_{i-1} $	m
0	1	-1	-	-
1	2	61	1	$\frac{m}{62}$
2	1.0161290323	-0.9153677138	0.9838709677	62.930373446
3	1.0306747541	-0.8319214145	0.0145457219	5.9836529319
4	1.756889443	0.4652271649	0.1450141902	1.7847032832
5	1.1236790654	-0.1106328798	0.0520098789	0.9094291654
6	1.1336710812	-0.0108059180	0.0099920158	9.9906075423
7	1.1347526818	0.0002936644	0.0010816006	10.262182177
8	1.347240656	$-0.7485 * 10^{-6}$	$0.286162 * 10^{-4}$	-0.0013855509
9	1.1347241384	$-0.5164002558 * 10^{-10}$	$0.727 * 10^{-8}$	-0.0000035218
10	1.1347241384	$0.8817841970 * 10^{-15}$	$0.5019540238 * 10^{-12}$	0

الخطأ الأعظمي المرتكب في طريقة القاطع:

$$E_{\max} = |x_n - x_{n-1}| \leq \varepsilon$$

ملاحظة 1 :

لدى مقارنة طريقة القاطع بطريقة نيوتن نلاحظ أن طريقة نيوتن تتقارب أسرع من طريقة القاطع إلا أن طريقة نيوتن تتطلب حساب $f(x)$ و $f'(x)$ في حين أن طريقة القاطع تحتاج فقط لحساب $f(x)$ بالتالي فإن طريقة القاطع تستلزم حسابات أقل ، و يتم اتخاذ قرار استخدام إحدى الطريقتين بناءً على صعوبة حساب مشتق الدالة و كلفة حساب قيمة هذا المشتق عند النقاط

ملاحظة 2:

لمقارنة طريقة الوضع الخاطئ مع طريقة القاطع نلاحظ أن: يشترط في طريقة الوضع الخاطئ وجود الحل ضمن المجال المعطى قبل البدء و هذا غير مطلوب بطريقة القاطع ، للطريقتين نفس الدستور التكراري لكن طريقة الوضع الخاطئ لا تشترط تتالي النقاط عند التعويض لأنها تعتمد على اختيار النقاط التي تحقق شرط وجود الحل بينما تشترط طريقة القاطع تتالي النقاط، تعتبر طريقة الوضع الخاطئ بطيئة مقارنة بطريقة القاطع

تمرين:

$$e^{-x} - x = 0$$

و المطلوب :

1. استخدم طريقة القاطع في إيجاد الجذر التقريبي x_3 حيث أن $x_0 = 1, x_1 = 2$
2. ما هو الخطأ الأعظمي المرتكب في حساب هذا الجذر
3. ماهي مرتبة تقارب هذه الطريقة

الحل:

i	x_i	$f(x_i)$	m	$E_{\max} = x_i - x_{i-1} $
0	1	-0.63212	-	-
1	2	-1.86466	-1.23254	1
2	0.48714	0.127258	-1.316643972	1.51286
3	0.58378	-0.02599	-1.585554636	0.096638

(بالنسبة للطلاب الثالث قالت الدكتورة منحلو بعدين بالمحاضرات الجاية)

تمرين:

$$f(x) = 230x^4 - 18x^3 + 9x^2 - 221x - 9$$

جذران حقيقيان يقع أحدهما في المجال $[-1,0]$ الأخر في المجال $[0,1]$ حاول تقريب هذين الجذرين بدقة $\varepsilon = 10^{-6}$ مستخدماً:

1. طريقة الوضع الخاطئ
 2. طريقة القاطع من أجل أطراف المجال كتقريب أولي
 3. طريقة نيوتن من أجل التقريب الابتدائي x_0 منتصف المجال
- (الحل في المحاضرة القادمة)

انتهت المحاضرة