معك نحو

السخر

Syria Math Team

المعادلات التفاضلية 1

السنة الثانية

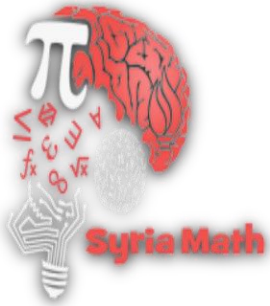
المحاضرة 2

تطلب من مكتبة ماهر للخدمات الطلابية – جانب بناء الفيزياء

للتواصل:

هاتف – واتساب: 0991921144

مجموعة الفيسبوك: Syria Math 2019-2023



◄ دكتور المادة: خليل يحيى

◄ المحاضرة: الثانية ◄ عنوان المحاضرة: تمارين

المستوى العلمي : أهلاً بكم أصدقائي سندرس في هذه المحاضرة :

1-حل تمارين

اوجد حل المعادلات التفاضلية التالية

$$y' = e^y$$

الحل:

$$\frac{dy}{dx} = e^y \Rightarrow dx = \frac{dy}{e^y} \Rightarrow dx = e^{-y}dy \underset{\text{نكامل}}{\Longrightarrow} x = -e^{-y} + c$$

$$y' = 2\sqrt{y}$$

الحل:

$$\frac{dy}{dx} = 2\sqrt{y} \Rightarrow dx = \frac{dy}{2\sqrt{y}} \underset{\text{بالمكاملة}}{\Longrightarrow} x = \sqrt{y} + c$$: وهو الحل العام

$$\left(x^2+1\right)\left(y^2-1\right)dx + 2xy\,dy = 0$$

(الحل)

لايجاد الحل العام بداية نقسم على $(y^2-1)x \neq 0$

هذا يعطي $\frac{x^2+1}{x}dx + \frac{2y}{y^2-1}dy = 0$ وهي معادلة تفاضلية قابلة لفصل المتحولات

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)dx + \frac{2y}{y^2-1}\,dy = 0 \underset{\text{بالمكاملة}}{\Longleftrightarrow} \frac{1}{2}x^2 + \ln(x) + \ln(y^2-1) = \ln(c)$$

حيث $\ln(c)$ هو ثابت التكامل حيث يمكننا وضع c و لكن اخذ شكل اخر لسهولة حل المعادلة سنتعرف على ذلك في المحاضرات القادمة "وهو الحل العام للمعادلة التفاضلية"

$$xy' - y = 0$$

الحل

تصبح المعادلة $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$ و منه

$$\frac{dy}{y} = \frac{dx}{x}$$

نكامل $\ln(y) = \ln(x) + \ln(c)$ أي $y = x.c$ و هو الحل العام

$$e^{x+y}\,dy = e^{-2x}\,dx$$

الحل

$$e^{x}.e^{y}\,dy = e^{-2x}dx$$

$$e^{y}dy = e^{-3x}dx$$

$$e^{y} = -\frac{1}{3}e^{-3x} + c$$

لقد اعطى الدكتور وظيفة ولكننا سندرج حلها حفاظا على المحتوى العلمي ... ☺

اوجد الحل العام لهذه المعادلة $2x\sin y\,dx + (x^2+3)\cos y\,dy = 0$ ثم اوجد الحل الخاص المار بالنقطة $M\left(1, \frac{x}{2}\right)$

الحل:

نقسم المعادلة على: $(x^2+3)\sin y \neq 0$

ومنه يكون : $\frac{2x}{x^2+3}dx + \frac{\cos y}{\sin y}dy = 0 \underset{\text{بالمكاملة}}{\Longrightarrow} \ln(x^2+3) + \ln(\sin y) = \ln(c)$

$$(x^2+3).\sin y = c \Rightarrow \sin y = \frac{c}{x^2+3} \ldots (1)$$

$$\Rightarrow y = arc\,sin\frac{c}{x^2+3}$$ " وهو الحل العام "

لايجاد الحل الخاص : بتعويض النقطة $M\left(1, \frac{x}{2}\right)$ في (1) نجد ان :

$$\sin\frac{x}{2}=\frac{c}{4}\Rightarrow c=4\Rightarrow \sin y=\frac{4}{x^2+3}\Rightarrow y=arc\sin\frac{4}{x^2+3}$$

تمرين:

$$y'=-\frac{1}{x^2}$$

الحل:

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{1}{x^2}$$

$$dy=-\frac{1}{x^2}dx$$

نكامل :

$$y=\frac{1}{x}+c$$

انتهت المحاضرة

"الوقت الذي تظن فيه ان كل شيء قد انتهى.... هو وقت البداية"

Syria Math Team