معك نحو

التخرج

# Syria Math Team

السنة الثانية

# العددي1

## المحاضرة 14

تطلب من مكتبة ماهر للخدمات الطلابية – جانب بناء الفيزياء


للتواصل :

هاتف – واتساب : 0991921144

مجموعة الفيسبوك: Syria Math 2019-2023

◄ دكتور المادة: رشا بعاج

◄ المحاضرة: 14 ◄ عنوان المحاضرة: الاستيفاء

**المحتوى العلمي** : أهلاً بكم أصدقائي سندرس في هذه المحاضرة :

1-طريقة هرمت

2-صيغة الخطأ الأعظمي بطريقة هرمت

## طريقة هرمت:

من أجل $n+1$ نقطة نحصل على كثيرة الحدود من الدرجة $n$ باستخدام طريقة نيوتن أو لاغرانج قرر العالم هرمت رفع درجة كثيرة الحدود اعتمادا على النقاط المعطاة و بيانات جيدة عند هذه النقاط نأخذ البيانات بالشكل:

$$(x_0, y_0, y_0')(x_1, y_1, y_1') \dots (x_n, y_n, y_n')$$

فأصبح لدينا $\begin{cases} y_i \rightarrow n+1 \text{ معلومة} \\ y_i' \rightarrow n+1 \text{ معلومة} \end{cases}$ تصبح درجة الحدودية $2n+1$

### جدول الفرق لهرمت :

مشان نفهم نقرأ الجداول

منقرأهن بشكل درج بحيث يلي فوق و تحت من العمود هو يلي بالنص من العمود يلي بعدو

اقرأو الجدول منيح و ركزوا بالملاحظة

| $i$ | $x_i$ | $y_i$ | $f[\,,\,]$ | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | $x_0$ | $y_0$ | $y_0'$ | |
| | $x_0$ | $y_0$ | | $\dfrac{\dfrac{y_1-y_0}{x_1-x_0}-y_0'}{x_1-x_0}$ |
| | | | $\dfrac{y_1-y_0}{x_1-x_0}$ | |
| 1 | $x_1$ | $y_1$ | | |
| | $x_1$ | $y_1$ | $y_1'$ | |
| | | | $\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ | |
| 2 | $x_2$ | $y_2$ | | |
| | $x_2$ | $y_2$ | $y_2'$ | |
| $n$ | $x_n$ | | | |
| | $x_n$ | | | |

$$H_{2n+1}(x) = a_0 + a_1(x-x_0) + a_2(x-x_0)^2(x-x_1) + \cdots + a_{2n+1}(x-x_0)^2(x-x_1)^2 + \cdots + (x-x_n)$$

## صيغة الخطأ الأعظمي بطريقة هرميت:

$$E_{\max} = \left|\frac{K_{2n+2}}{(2n+2)!} f^{2n+2}(\xi)\right|$$

1) اذا كانت النقاط متساوية البعد:

$$\max K_{2n+2} \le \left(\frac{h^{n+1}}{4} n!\right)^2$$

2) اذا كانت النقاط غير متساوية البعد:

$$K_{2n+2} = (x-x_0)^2(x-x_1)^2 \ldots (x-x_n)^2$$

**مثال: أوجد تقريبا ل $f(0.34)$ باستخدام حدودية هرمت الموافقة للبيانات الواردة**

| $x_i$ | $f(x_i)$ | $f'(x_i)$ |
|---|---|---|
| 0.3 | 0.29552 | 0.95534 |
| 0.32 | 0.31457 | 0.94924 |
| 0.35 | 0.34290 | 0.93937 |

الحل:

| $x_i$ | $f(x_i)$ | $f[,]$ | $f[,,]$ | $f[,,,]$ | $f[,,,,]$ | $f[,,,,,]$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.3 | | | | | | |
| | 0.29552 | 0.95534 | | | | |
| 0.3 | 0.29552 | | 0.142 | | | |
| | | 0.95250 | | −1.05 | | |
| 0.32 | | | 0.163 | | 20.73336 | |
| | 0.31457 | 0.94924 | | −0.013332 | | −431.55704 |
| 0.32 | 0.31457 | | 0.163666 | | −0.844492 | |
| | | 0.94433 | | −0.055566 | | |
| 0.35 | | | 0.163666 | | | |
| | 0.34290 | 0.93937 | | | | |
| 0.35 | 0.34290 | | | | | |

$$H_5(x) = 0.29552 + 0.95534(x-0.3) + (-0.142)(x-0.3)^2 + (-1.05)(x-0.3)^2(x-0.32) + 20.73336(x-0.3)^2(x-0.32)^2 - 431.55704(x-0.3)^2(x-0.32)^2(x-0.35) = 0.3334888$$

**مثال:** أوجد كثيرة حدود الاستيفاء باستخدام طريقة هرمت للبيانات و احسب بشكل تقريبي $\boldsymbol{f(1.03)}$ ما هو الخطأ الفعلي المرتكب في الحساب اذا علمت أن $\boldsymbol{f(x) = 3xe^x - e^{2x}}$

الحل:

| $x_i$ | $f(x_i)$ | $f[\,,]$ | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.7656893 | | | |
| | | 1.5315788 | | |
| 1 | 0.7656893 | | −2.734856 | |
| | | 1.394836 | | −6.35144 |
| 1.05 | 0.8354311 | | −3.052428 | |
| | | 1.2422146 | | |
| 1.05 | 0.8354311 | | | |

$$H_3(x) = 0.7656893 + 1.5315788(x-1) - 2.734856(x-1)^2 - 6.35144(x-1)^2(x-1.05)$$

$$f(1.03) = H_3(x) = 0.890609 = Q$$

$$f(1.03) = 0.8093236 = T$$

$$E_{exact} = |T - Q| = 0.0812854$$

**صيغة الخطأ الأعظمي:**

$$f(x) = 3xe^x - e^{2x}$$

$$f'(x) = 3e^x + 3xe^x - 2e^{2x}$$

$$f''(x) = 3e^x + 3e^x + 3xe^x - 4e^{2x}$$

$$f'''(x) = 6e^x + 3e^x + 3e^x - 8e^{2x}$$

$$f''''(x) = 9e^x + 3e^x + 3xe^x - 16e^{2x} = 12e^x - 16e^{2x}$$

$$|\max f^4(x)| = f^4(1) = 15e - 16e^2 = -77.450670156$$

$$K_{2n+2} \leq \left[\frac{h^{n+1}}{4}\, n!\right]^2$$

$$\leq \left[\frac{(0.05)^2}{4} \; 1!\right]^2$$

$$\leq 0.3906 * 10^{-6}$$

$$E_{\max} = \left|\frac{K_{2n+2}}{(2n+2)!} \, f^{2n+2}(\xi)\right| = 0.12605 * 10^{-5}$$

**انتهت المحاضرة**

**اعداد: أبرار الخالد – بشير الرمال – راما عوض**

المشرف العلمي : نذير تيناوي