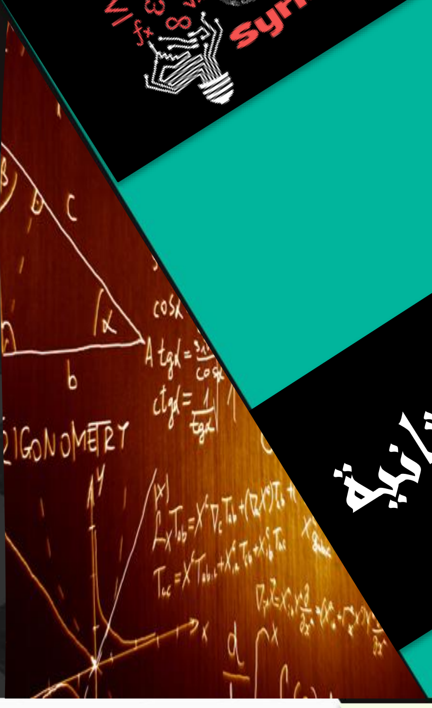
معك نحو

التخرج

Syria Math Team



المعادلات التفاضلية1

السنة الثانية

المحاضرة 8

تطلب من مكتبة ماهر للخدمات الطلابية – جانب بناء الفيزياء

للتواصل:

هاتف – واتساب: 0991921144

مجموعة الفيسبوك: Syria Math 2019-2023

نظري

◄ دكتور المادة: خليل تحيى

◄المحاضرة : الثامنة ◄ عنوان المحاضرة: تمارين

المحتوى العلمي : أهلاً بكم أصدقائي سندرس في هذه المحاضرة :

1-حل تمارين

2-حل الوظيفة

$$\left(3ye^{3x}-2x\right)dx+e^{3x}dy=0$$

الحل:

$$M(x,y)=3ye^{3x}-2x\rightarrow\frac{\delta M}{\delta y}=3e^{3x}$$

$$N(x,y)=e^{3x}\rightarrow\frac{\delta N}{\delta x}=3e^{3x}$$

أي أن المعادلة التفاضلية تامة .....ولنوجد الحل العام:

$$f(x,y)=\int N(x,y)dy+\varphi(x)$$

$$=\int e^{3x}dy+\varphi(x)$$

$$=ye^{3x}+\varphi(x)$$

$$\frac{\delta f}{\delta x}=3ye^{3x}+\varphi'(x)=3ye^{3x}-2x$$

$$\varphi'(x)=-2x\xrightarrow{\text{تكامل}}\varphi(x)=-x^2$$

و منه فان الحل العام يكون :

$$F(x,y)=ye^{3x}-x^2=c$$

$$\left(6xy-y^3\right)dx+\left(4y+3x^2-3xy^2\right)dy=0$$

الحل:

$$\frac{M(x,y)}{dy}=6x-3y^2 \quad \& \quad \frac{N(x,y)}{dx}=6x-3y^2$$

$$\text{المعادلة التامة} \Longrightarrow \frac{dM}{dy}=\frac{dN}{dx}$$

$$F(x,y)=\int(6xy-y^3)dx+\varphi(y)$$

$$=3x^2y-xy^3+\varphi(y)=N(x,y)$$

$$\frac{dF}{dy}=3x^2-3xy^2+\varphi'(y)=4y+3x^2-3xy^2$$

$$\varphi'(y)=4y\rightarrow\varphi(y)=\int 4y\,dy \Longrightarrow \varphi(y)=2y^2$$

$$F(x,y)=3x^2y-xy^3+2y^2=c$$

حل وظيفة المحاضرة السابقة ^_^

أوجد الحل العام للمعادلات الأتية:

$$\left(x+y+1\right)dx+\left(x-y^3+3\right)dy=0$$

الحل:

$$M(x,y)=x+y+1 \Longrightarrow \frac{dM}{dy}=1$$

$$N(x,y)=x-y^3+3 \Longrightarrow \frac{dN}{dx}=1$$

نلاحظ أن: $\frac{dM}{dy}=\frac{dN}{dx}$ اذا المعادلة التفاضلية تامة فالحل العام من الشكل : $F(x,y)=c$

لايجاد الحل العام يجب إيجاد الدالة F ، لنأخذ :

$$F(x,y)=\int M(x,y)dx+\varphi(y)=\int (x+y+1)dx+\varphi(y)$$

$$=\frac{x^2}{2}+yx+x+\varphi(y)$$

و الأن نوجد المشتق الجزئي بالنسبة ل y :

$$\frac{\delta F}{\delta y}=x+\varphi'(y)=N(x,y)$$

$$\Rightarrow \frac{\delta F}{\delta y}=x+\varphi'(y)=x-y^3+3 \Rightarrow \varphi(y)=\frac{-y^4}{4}+3y$$

$$F(x,y)=\frac{x^2}{2}+yx+x-\frac{1}{4}y^4+3y=c$$

و هو الحل العام للمعادلة التفاضلية.

و أيضا يمكننا إيجاد الحل العام بطريقة ثانية و ذلك بأخذ:

$$F(x,y)=\int N(x,y)dy+\varphi(x)$$

ثم نشتق جزئيا بالنسبة ل x و نوجد الحل العام.

$$\left(4x-3y-y.\sin x\right)dx+\left(\cos x-3x-\sin y\right)dy=0$$

الحل:

$$M(x,y)=4x-3y-y.\sin x \Rightarrow \frac{dM}{dy}=-3-\sin x$$

$$N(x,y)=\cos x-3x-\sin y \Rightarrow \frac{dN}{dx}=-3-\sin x$$

نلاحظ أن : $\frac{dN}{dx}=\frac{dM}{dy}$ اذا هي تامة و الحل العام من الشكل : $F(x,y)=c$

لايجاد الحل العام نأخذ :

$$F(x,y)=\int M(x,y)dx+\varphi(y)$$

$$= \int (4x - 3y - y.\sin x)dx + \varphi(y) = 2x^2 - 3yx + y.\cos x + \varphi(y) \ldots .(1)$$

و الأن نشتق جزئيا بالنسبة ل y:

$$\frac{\delta F}{\delta y} = -3x + \cos x + \varphi'(y) = N(x, y)$$

$$\Rightarrow \ -3x + \cos x + \varphi'(y) = \cos x - 3x - \sin y$$

$$\Rightarrow \varphi'(y) = -\sin y \Rightarrow \varphi(y0 = \cos y \ldots .(2)$$

و الان نعوض (2) في (1) لنحصل على الحل العام:

$$F(x, y) = 2x^2 - 3yx + y\cos x + \cos y = c$$

و هو الحل العام للمعادلة التفاضلية ...

$$\boldsymbol{\left(2x + 3y + 4\right) dx + (3x + 4y + 5\ dy = 0}$$

الحل:

$$M(x, y) = 2x + 3y + 4 \quad \& \quad N(x, y) = 3x + 4y + 5$$

ان مشتق النقطتين هو 3 و بالاتالي المعادلة التفاضلية تامة و حلها العام هو $F(x, y) = c$

$$F(x, y) = \int N(x, y)dy + \varphi(x) = \int (3x + 4y + 5)dy + \varphi(x)$$

$$= 3xy + 2y^2 + 5y + \varphi(x)$$

نطابق مع النقطة $M(x, y)$ و منه:

$$\frac{\delta F}{\delta x} = 3y + \varphi'(x) = 2x + 3y + 4$$

$$\Rightarrow \varphi'(x) = 2x + 4 \Rightarrow \varphi(x) = x^2 + 4x$$

$$\Rightarrow F(x, y) = x^2 + 3xy + 4x + 2y^2 + 5y = c$$

و هو الحل العام المطلوب....

$$\boldsymbol{\left(4x^3y^3 - 2xy\right) dx + \left(3x^4y^2 - x^2\right) dy = 0}$$

الحل:

$$\frac{dM}{dy} = 12x^3y^2 - 2x \ \ \& \ \ \frac{dN}{dx} = 12x^3y^2 - 2x$$

و بالتالي المعادلة تامة....

$$F(x,y) = \int M(x,y)dx + \varphi(y)$$

$$= x^4y^3 - x^2y + \varphi(y)$$

$$\frac{dF}{dy} = 3x^4y^2 - x^2 + \varphi'(y) = 3x^4y^2 - x^2 \Rightarrow \varphi'(x) = 0 \Rightarrow \varphi(x) = c$$

الحل العام :

$$F(x,y) = x^4y^3 - x^2y = c$$

انتهت المحاضرة