معك نحو

التخرج

Syria Math Team

السنة الثانية

المعادلات التفاضلية1

المحاضرة 11

تطلب من مكتبة ماهر للخدمات الطلابية – جانب بناء الفيزياء

للتواصل :

هاتف – واتساب : 0991921144

مجموعة الفيسبوك: Syria Math 2019-2023

نظري

Syria Math

◄دكتور المادة: خليل تحيي

◄المحاضرة :الحادي عشر

◄عنوان المحاضرة:عوامل التكميل و المعادلات التفاضلية من المراتب العليا

المحتوى العلمي : أهلاً بكم أصدقائي سندرس في هذه المحاضرة :

1- عوامل التكميل

2- المعادلات التفاضلية من مراتب عليا

حل المعادلات التفاضلية الخطية بواسطة عوامل التكميل:

لتكن لدينا المعادلة التفاضلية: $y' + p(x)y = q(x) \dots (1)$

يمكن كتابة هذه المعادلة على الشكل $[p(x)y - q(x)]dx + dy = 0$

وبالتالي هذه المعادلة أصبحت من الشكل: $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$

حيث يكون لدينا: $\frac{\partial N}{\partial x} = 0 \quad , \quad \frac{\partial M}{\partial y} = p(x)$

ومنه:

$$\frac{\mu'}{\mu} = \frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{N} = p(x) = \psi(x) \Rightarrow \mu = e^{\int p(x)dx}$$

"وهو عامل التكميل"

$$\Rightarrow y = e^{-\int p(x)dx}\left[\int q(x)e^{\int p(x)dx}dx + c\right]$$

"وهو الحل العام"

مثال: اوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية الاتية:

$$x\frac{dy}{dx} - ay = x + 1$$

الحل:

نقسم الطرفين على x

$$\frac{dy}{dx} - \frac{a}{x}y = \frac{x+1}{x}$$

$$P(x) = -\frac{a}{x} \quad \& \quad Q(x) = \frac{x+1}{x}$$

و هو عامل التكميل $\mu = e^{\int P(x)dx} \Rightarrow \mu = x^{-a}$

نعوض بالشكل النهائي للحل العام:

$$y = x^a\left\{\int \frac{x+1}{x}.x^{-a}\,dx + c\right\} = x^a\left\{\int (x^{-a} + x^{-a-1})dx + c\right\}$$

$$y = x^a\left\{\left(\frac{x^{-a+1}}{1-a} + \frac{x^{-a}}{-a}\right) + c\right\}$$

و هو الحل العام للمعادلة التفاضلية ☺

مثال2: اوجد الحل العام للمعادلة بواسطة طريقة عوامل التكميل:

$$y' + y = e^{-x}$$

الحل:

$$\frac{dy}{dx} + y = e^{-x}$$

والمعادلة هي من الشكل: $y' + p(x)y = q(x)$

$$p(x) = 1 \quad , \quad q(x) = e^{-x}$$

$$\mu = e^{\int pdx} = e^{\int 1dx} = e^x \Rightarrow y = e^{-x}\left(\left(\int e^{-x}.e^x\right)dx + +c\right) = e^{-x}(x + c)$$

وهو الحل العام...

المعادلات التفاضلية من المراتب العليا والغير محلولة بالنسبة للمشتق

هي كل معادلة تفاضلية م نالشكل

$$F\left(x, y, y', \dots, y^{(n)}\right) = 0 \dots (1)$$

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة n في التابع y و المتحول المستقل x

يكون الحل العام لها: $\phi(x, y, c_1, c_2, \dots, c_n) = 0 \dots (2)$

وبحالة خاصة: $F\left(x, y^{(n)}\right) = 0 \dots (3)$

1- يمكن الكتابة بالشكل: $y^{(n)} = f(x) \dots (4)$
والحل العام لها بإجراء عدة تكاملات (نكامل n مرة) .

2- إذا كان y_1 حل خاص لها نجري التحويل: $y = y_1 + z \Rightarrow z^{(n)} = 0$ و حل هذه المعادلة كثير حدود في x من الدرجة n

$$z = P_{n-1}(x) = c_{n-1}.x^{n-1} + c_{n-2}.x^{n-2} + \dots + c_1.x + c_0$$

و الحل العام $y = y_1 + P_{n-1}(x)$

حيث $y = \int dx \int dx \dots \int f(x)\, dx$

مثال بسيط: $y^4 = e^x$

الحل الخاص لها: $y_1 = e^x$

وبالتالي الحل العام يكون من الشكل

$$y = y_1 + P_{n-1}(x)$$

$$y = y_1 + P_3(x)$$

$$y = e^x + c_3x^3 + c_2x^2 + c_1x + c_0$$

انتهت المحاضرة

إعداد: راما عوض*علا الدالاتي