

معك نحو
التفخر

Syria Math Team



السنة الثانية

المعادلات التفاضلية

المحاضرة 11

تطلب من مكتبة ماهر للخدمات الطلابية - جانب بناء الفيحاء

للتواصل:

هاتف - واتساب: 0991921144

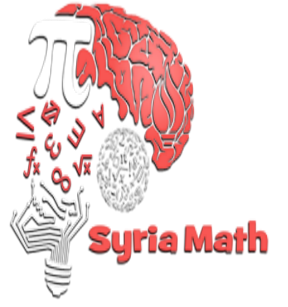
مجموعة الفيسبوك: Syria Math 2019-2023



◀ دكتور المادة: خليل يحيى

◀ المحاضرة: الحادي عشر

◀ عنوان المحاضرة: عوامل التكامل و المعادلات التفاضلية من المراتب العليا



المستوى العلمي: أهلاً بكم أصدقائي سندرس في هذه المحاضرة :

1- عوامل التكامل

2- المعادلات التفاضلية من مراتب عليا

حل المعادلات التفاضلية الخطية بواسطة عوامل التكامل:

لتكن لدينا المعادلة التفاضلية: $y' + p(x)y = q(x) \dots (1)$

يمكن كتابة هذه المعادلة على الشكل $[p(x)y - q(x)]dx + dy = 0$

وبالتالي هذه المعادلة أصبحت من الشكل: $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$

حيث يكون لدينا: $\frac{\partial M}{\partial y} = p(x)$, $\frac{\partial N}{\partial x} = 0$

ومنه:

$$\frac{\mu'}{\mu} = \frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{N} = p(x) = \psi(x) \Rightarrow \mu = e^{\int p(x)dx}$$

"وهو عامل التكامل"

$$\Rightarrow y = e^{-\int p(x)dx} \left[\int q(x)e^{\int p(x)dx} dx + c \right]$$

"وهو الحل العام"

مثال: اوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية الآتية:

$$x \frac{dy}{dx} - ay = x + 1$$

الحل:

نقسم الطرفين على x

$$\frac{dy}{dx} - \frac{a}{x}y = \frac{x+1}{x}$$

$$P(x) = -\frac{a}{x} \quad \& \quad Q(x) = \frac{x+1}{x}$$

$$\mu = e^{\int P(x)dx} \Rightarrow \mu = x^{-a} \quad \text{وهو عامل التكميل}$$

نعوض بالشكل النهائي للحل العام:

$$y = x^a \left\{ \int \frac{x+1}{x} \cdot x^{-a} dx + c \right\} = x^a \left\{ \int (x^{-a} + x^{-a-1}) dx + c \right\}$$

$$y = x^a \left\{ \left(\frac{x^{-a+1}}{1-a} + \frac{x^{-a}}{-a} \right) + c \right\}$$

وهو الحل العام للمعادلة التفاضلية ☺

مثال 2: اوجد الحل العام للمعادلة بواسطة طريقة عوامل التكميل:

$$y' + y = e^{-x}$$

الحل:

$$\frac{dy}{dx} + y = e^{-x}$$

والمعادلة هي من الشكل: $y' + p(x)y = q(x)$

$$p(x) = 1 \quad , \quad q(x) = e^{-x}$$

$$\mu = e^{\int p dx} = e^{\int 1 dx} = e^x \Rightarrow y = e^{-x} \left(\left(\int e^{-x} \cdot e^x \right) dx + c \right) = e^{-x}(x + c)$$

وهو الحل العام...

المعادلات التفاضلية من المراتب العليا والغير محلولة بالنسبة للمشتق

هي كل معادلة تفاضلية م نالشكل

$$F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0 \dots (1)$$

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة n في التابع y و المتحول المستقل x

$$\phi(x, y, c_1, c_2, \dots, c_n) = 0 \dots (2)$$

يكون الحل العام لها:

$$F(x, y^{(n)}) = 0 \dots (3)$$

وبحالة خاصة:

$$y^{(n)} = f(x) \dots (4)$$

1- يمكن الكتابة بالشكل:

والحل العام لها بإجراء عدة تكاملات (نكامل n مرة) .

2- إذا كان y_1 حل خاص لها نجري التحويل: $z^{(n)} = 0 \Rightarrow z = y_1 + y$ و حل هذه المعادلة كثير حدود في x من الدرجة n

$$z = P_{n-1}(x) = c_{n-1} \cdot x^{n-1} + c_{n-2} \cdot x^{n-2} + \dots + c_1 \cdot x + c_0$$

و الحل العام $y = y_1 + P_{n-1}(x)$

$$y = \int dx \int dx \dots \int f(x) dx$$

حيث

$$y^4 = e^x \text{ :مثال بسيط}$$

$$y_1 = e^x$$

الحل الخاص لها:

وبالتالي الحل العام يكون من الشكل

$$y = y_1 + P_{n-1}(x)$$

$$y = y_1 + P_3(x)$$

$$y = e^x + c_3 x^3 + c_2 x^2 + c_1 x + c_0$$

انتهت الماضرة

إعداد: راما عوض *علا الدالاتي